

تحلیل فاصله خطای بی‌بعد ناشی از سیستم کنترل ناکمینه فاز در حضور اثر رادوم و اهداف با مانور

جلالی نائینی، سید حمید

استادیار گروه مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

(تاریخ ارسال: ۱۳۹۲/۲/۱۰ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۱۰/۰۱)

چکیده

در این مقاله، اثر سیستم کنترل ناکمینه فاز در فاصله خطای یک دسته از قوانین هدایت تک‌بعدی شده به ازای خطای سمت اولیه و همچنین برای اهداف با مانورهای ثابت و متغیر شامل مانورهای شیب و سینوسی ارائه شده‌است. دینامیک سیستم هدایت و کنترل با یک تابع تبدیل مرتبه پنجم با اعمال اثر اشباع شتاب و در حضور اثر رادوم مدل شده‌است. به عبارت دقیق‌تر، جستجوگر و فیلتر نویز هر کدام با یک تابع تبدیل مرتبه اول و دینامیک سیستم کنترل و بدنه مجموعاً با یک تابع تبدیل مرتبه سوم ناکمینه فاز مدل شده‌است. تحلیل فاصله خطا با استفاده از بی‌بعدسازی معادلات و رسم نمودارهای بی‌بعد انجام شده‌است که منجر به ارائه نمودارهای مفیدی برای بررسی رفتار پارامترهای مختلف بخصوص اثر صفر ناکمینه فاز جهت تحلیل، اصلاح و طراحی یک دسته از قوانین هدایت خطی و غیرخطی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: فاصله خطا، ناکمینه فاز، اثر رادوم، معادلات بی‌بعد

مقدمه

وسایل پروازی که توسط سطوح کنترل آیرودینامیکی واقع در انتهای وسیله پروازی (عقب مرکز جرم) کنترل می‌شود، سبب پاسخ اولیه معکوس وسیله پروازی به دستور شتاب می‌شود. این موضوع سبب افزایش خطای اصابت در دستیابی به شرایط نهایی مطلوب در مسئله رهگیری می‌شود [۱-۳]. بطور نمونه، تابع تبدیل از دستور شتاب به شتاب جانبی برای یک موشک کنترل آیرودینامیکی که با تغییر زاویه سطوح واقع در دم موشک، کنترل می‌شود، شامل یک صفر ناکمینه فاز است. همانگونه که ذکر شد، این صفر ناکمینه فاز سبب افزایش فاصله خطای نهایی می‌شود. اثر صفر ناکمینه فاز نه تنها ثابت زمانی کل سیستم هدایت و کنترل را افزایش می‌دهد، سبب پاسخ معکوس به فرامین هدایت نیز می‌شود [۴].

جبران اثر ثابت زمانی سیستم کنترل برای سیستمهای کمینه فاز (مانند موشکهای کنترل با کانارد) تاحدودی میسر است، اما استفاده از روشهای متداول جبران تأخیر زمانی سیستمهای کمینه فاز برای سیستمهای ناکمینه فاز سبب تکین شدن روابط یا افزودن قطب ناپایدار به سیستم می‌شود [۵]. جبران اثر سیستم ناکمینه فاز در سیستمهای هدایت موشک برای کاهش فاصله خطا، یکی از موضوعات طراحان سیستم هدایت و کنترل می‌باشد. اکثر تحقیقات انجام شده در این خصوص، مربوط به سیستمهای کنترل برای اصلاح پاسخ سیستم است [۶-۸] و روشهای اصلاح قانون هدایت برای جبران این اثر، به ندرت ارائه شده است.

یکی از روشهای اصلاح قانون هدایت، استفاده از تئوری کنترل بهینه برای سیستمهای حداقل با مرتبه سوم ناکمینه فاز است [۹]. قانون هدایت بهینه منتج اگرچه با فرض در دسترس بودن متغیرهای حالت، جواب مطلوبی می‌دهد، اما کارایی آن در حضور عدم قطعیتها، وجود نویز و اثر رادوم مشخص نیست. تحلیل قانون هدایت بهینه مرتبه اول در مرجع [۱۰] در حضور عدم قطعیتها و اثر رادوم نشان می‌دهد که عملکرد این قانون هدایت حتی برای یک سیستم کنترل مرتبه اول بسیار تقلیل می‌یابد. نکته قابل توجه این است که نتایج مذکور در عملکرد قانون هدایت مرتبه اول برای یک سیستم مرتبه اول ارائه شده است؛ در صورتی که وقتی هدایت بهینه با فرض مدل مرتبه اول برای هدایت و کنترل استخراج می‌شود، عملکرد آن حداقل باید برای سیستم هدایت و کنترل مرتبه دوم یا سوم بررسی شود.

در تحلیل سیستمی فاصله خطا، عوامل متعددی دخیل هستند؛ مانند اثر اشباع شتاب، اثر رادوم، مانور هدف، خطای سمت اولیه، مرتبه سیستم هدایت و کنترل، ناکمینه فاز بودن سیستمهای با بالک کنترلی واقع در دم موشک، نویز ردیابی و جستجوگر. تحلیل فاصله خطا در منابع در دسترس، عموماً با شبیه‌سازی عددی، روش الحاقی، انتشار کوواریانس و یا شبیه‌سازی مونت کارلو انجام شده است [۱۱، ۴، ۱]. روش الحاقی با یکبار اجرای کد حل عددی، فاصله خطا را به ازای تمام زمان‌های برخورد (یا فواصل اولیه) مختلف تولید می‌کند. محدودیت اصلی روش الحاقی و انتشار کوواریانس، خطی‌سازی المانهای سیستم است. لذا اصولاً این دو روش برای قوانین هدایت و کنترل غیرخطی و یا اعمال المانهای غیرخطی نمی‌تواند بکار رود.

روش دیگر، بی‌بعدسازی معادلات حاکم و حل عددی مسئله است. تولید معادلات بی‌بعد شده این مزیت اصلی را دارد که با یکبار تولید نتایج آن، برای تمام مقادیر پارامترها قابل استفاده است و اهمیتی نزدیک به حل تحلیلی برای مسئله دارد. در مرجع [۴] تحلیل فاصله خطای بی‌بعد شده با اثر شتاب اشباع بدون اثر رادوم و همچنین تحلیل فاصله خطا با اثر رادوم بدون اشباع شتاب انجام شده است. در مرجع [۱۲] نمودارهای بی‌بعد تقریبی برای هدایت تناسبی با اثر رادوم و نویزهای مختلف بدون اثر اشباع و برای سیستم کمینه فاز آمده است. البته اثر سیستم کنترل ناکمینه فاز با استفاده از روش الحاقی برای هدایت تناسبی قابل بررسی است؛ اما بدون لحاظ کردن المانهای غیرخطی و اشباع [۴]. البته همین کار نیز با معادلات بی‌بعد شده انجام نشده است. به عبارت دیگر، نتایج شبیه‌سازی تنها برای مقادیر اولیه مفروض بدست آمده است. بعلاوه، اکثر مراجع (حتی بدون اثر رادوم) حداکثر یک مانور پایه برای هدف در نظر گرفته‌اند و برای اهداف با مانورهای دیگر باید کل نتایج شبیه‌سازی دوباره از ابتدا تولید و تحلیل شود.

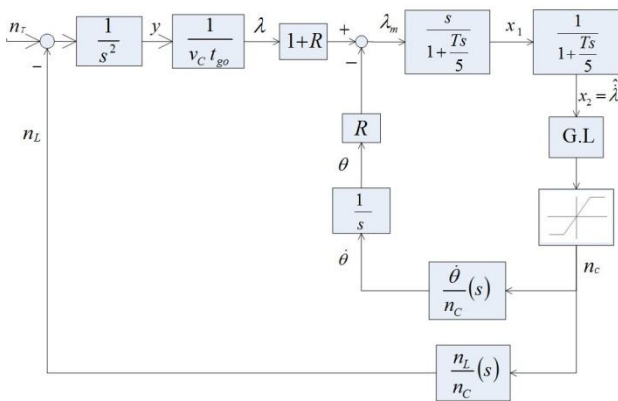
اکثر تحلیل‌های موجود در منابع تنها یک یا چند اثر را برای محاسبه فاصله خطا در نظر گرفته‌اند. به‌طور نمونه، در مرجع [۱۳] قانون هدایتی استخراج شده است که تنها مانور هدف را در نظر گرفته است و نسبت به هدایت تناسبی افزوده عملکرد بهتری داشته است؛ اما اگر سایر اثرات نامطلوب، محدودیت‌ها و حتی مانورهای دیگر برای هدف، اعمال شود، معلوم نیست نتیجه چه می‌شود. به‌طور مثال، اگر ضریب ناوبری در هدایت

منظور می‌شود و مقدار آن، همان فاصله هدف نسبت به موشک در راستای عمود بر خطدید اولیه است. در اثر عبور پرتوهای الکترومغناطیس از دماغه غیرفلزی موشک، پرتوی عبوری به اندازه زاویه r_{dome} منحرف می‌شود (شکل ۲). تغییرات زاویه r_{dome} نسبت به عبارت $(\lambda - \theta)$ خطی فرض شده و شیب آن با R نمایش داده می‌شود [۴]؛ عبارت دیگر $r_{dome} = R(\lambda - \theta)$ که در آن، زاویه محور طولی با امتداد مرجع با θ نمایش داده شده است. همچنین از دو بلوک مرتبه اول برای جستجوگر و فیلتر نویز با ثابت زمانی $T_n = T / 5$ استفاده می‌شود. مطابق شکل ۱، دستور شتاب محاسبه شده در قانون هدایت که با a_c نمایش داده شده از یک المان اشباع عبور می‌کند و نتیجه حاصل با n_c نمایش داده می‌شود. قدرمطلق حداکثر دستور شتاب مجاز موشک نیز با A_{sat} نشان داده می‌شود. سپس با استفاده از توابع تبدیل دینامیک موشک، مقادیر $\dot{\theta}$ و n_L (شتاب جانبی) محاسبه می‌شود. در مسئله خطی شده فرض می‌شود که $n_M = n_L$. تابع تبدیل سیستم کنترل بصورت رابطه (۷) فرض می‌شود. نکته قابل توجه این است که با اعمال اثر زاویه بالک در معادلات دینامیک مسئله، دیگر نمی‌توان از رابطه

$$\frac{\dot{\theta}}{n_L}(s) = \frac{1 + T_\alpha s}{v_M} \quad (1)$$

استفاده کرد؛ چرا که مطابق روابط حاکم رابطه زیر قابل استخراج است (پیوست ب):

$$\frac{\dot{\theta}}{n_L}(s) = \frac{1 + T_\alpha s}{v_M(1 + c_1 s + c_2 s^2)} \quad (2)$$



شکل ۱ - دیاگرام بلوکی مسئله خطی شده

تناسبی را بسیار بزرگ انتخاب کنید، در مقابل اهداف با مانور بسیار خوب عمل می‌کند؛ اما اگر مدلسازی مسئله کاملتر باشد، بطور نمونه، اثر رادوم را در نظر بگیرید، سبب ناپایداری موشک می‌شود. اثر رادوم سبب محدودیت در مقدار حداکثر ضریب ناوبری مؤثر، کاهش حاشیه پایداری و حتی ناپایداری حلقه هدایت می‌شود. تاکنون روشهای کلاسیک، مدرن، اتفاقی و فیلترینگ متعددی برای جبران اثر رادوم در منابع آمده است [۱۷-۱۴]. بعلاوه استفاده از منطق فازی و شبکه عصبی برای هدایت، فیلترینگ و کالیبراسیون برای جبران اثر رادوم در منابع مشاهده می‌شود [۲۰-۱۸]. در مرجع [۲۱] نیز تحلیل مسئله در سه بعد انجام شده است.

در مرجع [۲۲] روش بی‌بعدسازی معادلات برای هدایت تناسبی با توانهای مختلف نرخ چرخش خطدید ارائه شد. اما بی‌بعدسازی معادلات تنها برای حالت هدف با مانور ثابت انجام شده است و معادلات بی‌بعد مسئله به ازای خطای سمت اولیه و همچنین برای اهداف با مانور متغیر بدست نیامده است. بعلاوه، در مرجع مذکور، تحلیل مسئله و بی‌بعدسازی با فرض سیستم هدایت و کنترل مرتبه اول انجام شده است؛ در صورتی که برای بررسی اثر ناکمینه فاز بودن سیستم کنترل موشک، حداقل از سیستم کنترل مرتبه سوم استفاده می‌شود. لذا در تحقیق حاضر، در ابتدا معادلات تک‌بعده حاکم بر مسئله، مستقل از قانون هدایت، برای خطای سمت اولیه و هدف با مانور، شامل سه مانور پایه هدف، بی‌بعد شده و تحلیل فاصله خطا توأمان با اثر رادوم، صفر ناکمینه فاز و اشباع شتاب با فرض دینامیک رسته پنج برای سیستم هدایت و کنترل انجام می‌شود.

معادلات خطی شده

مطابق شکل ۱، دیاگرام بلوکی مسئله خطی شده هدایت و کنترل نمایش داده شده است که در آن s متغیر حوزه لاپلاس است. برای خطی‌سازی فرض می‌شود زاویه خط دید (λ) کوچک باقی می‌ماند و از رابطه $\lambda = y / v_c t_{go}$ تقریب زده می‌شود که در آن، v_c سرعت نزدیک شدن موشک به هدف است که ثابت فرض شده و t_{go} زمان باقیمانده تا اصابت (یا کمترین فاصله) است $(t_{go} = t_f - t)$. در این بررسی، زمان نهایی t_f معلوم فرض می‌شود. همچنین شتاب موشک (n_M) و شتاب هدف (n_T) در خطی‌سازی تنها در راستای y نوشته می‌شود. راستای y عمود بر خطدید اولیه

اضافه می‌کند. در نتیجه، پارامترهای دخیل بیشتر و تفکیک اثر تداخلی آنها دشوارتر می‌شود. در صورتی که در مدلسازی حاضر، T ثابت زمانی معادل سیستم هدایت و کنترل می‌شود.

$$\frac{n_M}{n_c}(s) = \frac{1 + c_1 s + c_2 s^2}{(1 + Ts) \left(1 + \frac{2\zeta}{\omega} s + \frac{1}{\omega^2} s^2 \right)} \quad (9)$$

$$\frac{\dot{\theta}}{n_c}(s) = \frac{1 + T_\alpha s}{v_M (1 + Ts) \left(1 + \frac{2\zeta}{\omega} s + \frac{1}{\omega^2} s^2 \right)} \quad (10)$$

البته پس از بررسی مسئله حاضر، برای تحلیل نزدیک‌تر به واقعیت، می‌توان از توابع تبدیل (۹) و (۱۰) استفاده کرد.

در مرحله بعد، فرم فضای حالت معادلات (۸-۳)

نوشته می‌شود:

$$\dot{y} = \nu \quad (11)$$

$$\dot{\nu} = n_T - n_M \quad (12)$$

$$\dot{x}_1 = \frac{5}{T} (\dot{\lambda}_m - x_1) \quad (13)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{5}{T} (x_1 - x_2) \quad (14)$$

$$\dot{z}_3 = \frac{5}{T} (n_c - z_3) \quad (15)$$

$$\dot{z}_4 = \frac{5}{T} (z_3 - z_4) \quad (16)$$

$$\dot{z}_5 = \frac{5}{T} (z_4 - z_5) \quad (17)$$

که در آن، $\nu = \dot{y}$ و

$$n_M = \frac{c_2}{T_n^2} z_3 + \left(\frac{c_1}{T_n} - \frac{2c_2}{T_n^2} \right) z_4 + \left(1 - \frac{c_1}{T_n} + \frac{c_2}{T_n^2} \right) z_5 \quad (18)$$

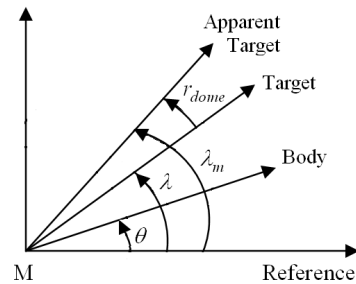
$$\dot{\theta} = \frac{T_\alpha}{v_M T_n} z_4 + \frac{1}{v_M} \left(1 - \frac{T_\alpha}{T_n} \right) z_5 \quad (19)$$

$$\dot{\lambda}_m = (1 + R)\dot{\lambda} - R\dot{\theta} \quad (20)$$

که در آن $\dot{\lambda}$ از رابطه (۴)، n_c از رابطه (۶) و a_c از قانون هدایت بدست می‌آید.

همانطور که اشاره شد، صفر ناکمینه فاز سبب پاسخ معکوس اولیه به تغییرات ورودی می‌شود. پاسخ معکوس تابع

در این روابط، T_α ثابت زمانی نرخ چرخش نامیده می‌شود و v_M سرعت موشک است. توجه این که در مرجع [۱۴] مطابق رابطه (۶۱) در پیوست ب، مقدار $\dot{\theta}$ از تابع تبدیل $\dot{\theta} / n_L$ با قطب ناپایدار (که ورودی آن n_L است) محاسبه می‌شود که در این صورت، دو معادله دیفرانسیل رسته یک دیگر هم به معادلات مسئله اضافه می‌کند. این دو معادله و دو متغیر جدید آن، اضافی است و بر حسب مقدار گام انتگرالگیری حل عددی مسئله، تولید خطای عددی می‌کند. در صورتی که اگر $\dot{\theta}$ از تابع تبدیل پایدار $\dot{\theta} / n_c$ (که ورودی آن n_c است) محاسبه شود، در فرم فضای حالت از همان متغیرهای حالت برای تابع تبدیل n_L / n_c استفاده می‌شود؛ لذا مشکل معادلات اضافی و همچنین ناپایداری بوجود نمی‌آید.



شکل ۲- هندسه مسئله و نمایش زوایا

در ادامه، روابط حاکم که بصورت دیاگرام بلوکی نیز نمایش داده شده‌است، بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{y} = n_T - n_M \quad (3)$$

$$\dot{\lambda} = (y + \nu t_{go}) / v_c t_{go}^2 \quad (4)$$

$$\lambda_m = \lambda + r_{dome} = (1 + R)\lambda - R\theta \quad (5)$$

$$n_c = \begin{cases} A_{sat} \operatorname{sgn}(a_c) & |a_c| > A_{sat} \\ a_c & |a_c| \leq A_{sat} \end{cases} \quad (6)$$

$$\frac{n_M}{n_c}(s) = \frac{1 + c_1 s + c_2 s^2}{(1 + T_n s)^3} \quad (7)$$

$$\frac{\dot{\theta}}{n_c}(s) = \frac{1 + T_\alpha s}{v_M (1 + T_n s)^3} \quad (8)$$

که در آن sgn تابع علامت است. البته انتخاب توابع تبدیل (۷) و (۸) بصورت (۹) و (۱۰) از لحاظ واقعی بودن، بهتر است؛ اما دو پارامتر فرکانس طبیعی ω و ضریب میرایی ζ را به مسئله

$$\hat{z}'_4 = 5(\hat{z}_3 - \hat{z}_4) \quad (29)$$

$$\hat{z}'_5 = 5(\hat{z}_4 - \hat{z}_5) \quad (30)$$

که در آن، $(\cdot)'$ نمایانگر مشتق نسبت به متغیر زمان بی‌بعد (τ) است و

$$K = \frac{Rv_c}{(1+R)v_M} \quad (31)$$

$$\hat{\lambda}' = \frac{\hat{y} + (\tau_f - \tau)\hat{\nu}}{(\tau_f - \tau)^2} \quad (32)$$

$$\hat{n}_c = \begin{cases} R_{sat} \operatorname{sgn}(\hat{a}_c) & |\hat{a}_c| > R_{sat} \\ \hat{a}_c & |\hat{a}_c| \leq R_{sat} \end{cases} \quad (33)$$

$$\hat{\theta}' = \frac{T_\alpha}{T_n} \hat{z}_4 + \left(1 - \frac{T_\alpha}{T_n}\right) \hat{z}_5 \quad (34)$$

$$\hat{n}_M = \frac{c_2}{T_n^2} \hat{z}_3 + \left(\frac{c_1}{T_n} - \frac{2c_2}{T_n^2}\right) \hat{z}_4 + \left(1 - \frac{c_1}{T_n} + \frac{c_2}{T_n^2}\right) \hat{z}_5 \quad (35)$$

و یا

$$\hat{n}_M = 25k_2 \hat{z}_3 + 5(k_1 - 10k_2) \hat{z}_4 + (1 - 5k_1 + 25k_2) \hat{z}_5 \quad (36)$$

که در آن $R_{sat} = TA_{sat} / V$

$$k_1 = c_1 / T, \quad k_2 = c_2 / T^2 \quad (37)$$

در صورتی که مقدار $\hat{\theta}$ نیاز باشد، رابطه (۳۴) به معادلات حالت اضافه می‌شود. در غیر این صورت از رابطه (۳۴) در رابطه (۲۶) جایگزین می‌شود.

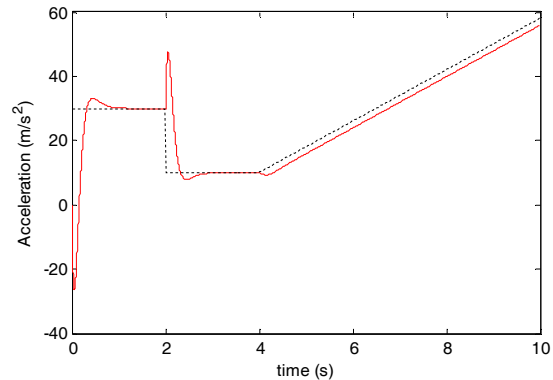
در حالتی که تحلیل مسئله به ازای خطای سمت اولیه منظور باشد، پارامتر V را برابر $|\nu_0|$ در نظر گرفته و هدف بدون شتاب فرض می‌شود. در صورتی که تحلیل مسئله به ازای هدف با مانور ثابت منظور باشد، خطای سمت اولیه صفر لحاظ شده و پارامتر V برابر $T |n_T|$ در نظر گرفته می‌شود. البته اگر شتاب هدف را بتوان به صورت:

$$n_T = A_T f(\tau) \quad (38)$$

نوشت (A_T) ثابت با دیمانسیون شتاب و تابع f بی‌بعد است، بی‌بعدسازی به راحتی انجام می‌شود. در این حالت، پارامتر V برابر $|A_T| T$ در نظر گرفته می‌شود. بنابراین:

$$\hat{n}_T = f(\tau) \operatorname{sgn}(A_T) \quad (39)$$

تبدیل (۷) به ورودی خط‌چین در شکل ۳ به ازای مقادیر $T = 0.5$ و $c_1 = 0.028$ ، $c_2 = -0.04$ (و شرایط اولیه صفر) نمایش داده شده است. تغییر در ورودی سیستم در این شکل بگونه‌ای انتخاب شده است تا خروجی سیستم به تغییر قبلی ورودی، به حالت ماندگار خود رسیده باشد.



شکل ۳ - پاسخ معکوس در سیستم ناکمینه فاز

بی‌بعدسازی معادلات

بی‌بعدسازی معادلات حاکم بر مسئله با استفاده از زمان بی‌بعد $\tau = t / T$ و پارامتر ثابت و مثبت V که دیمانسیون آن دیمانسیون سرعت است، با تغییر متغیرهای زیر انجام می‌شود:

$$\hat{y} = \frac{y}{TV}, \quad \hat{\nu} = \frac{\nu}{V}, \quad \tau_f = \frac{t_f}{T}, \quad \hat{\theta} = \frac{v_M \theta}{V}, \quad \hat{\lambda} = \frac{v_c \lambda}{V} \quad (40)$$

همچنین برای شتابها می‌توان نوشت:

$$\hat{n}_M = \frac{Tn_M}{V}, \quad \hat{a}_c = \frac{Ta_c}{V}, \quad \hat{n}_c = \frac{Tn_c}{V}, \quad \hat{n}_T = \frac{Tn_T}{V} \quad (41)$$

متغیرهای حالت جستجوگر، فیلتر نویز و توابع تبدیل سیستم کنترل بصورت زیر بی‌بعد می‌شود:

$$\hat{x}'_i = \frac{Tv_c x_i}{(1+R)V}, \quad \hat{z}'_j = \frac{Tz_j}{V}, \quad i = 1, 2, \quad j = 3, 4, 5 \quad (42)$$

در نتیجه معادلات بی‌بعد، مستقل از قانون هدایت بصورت زیر استخراج می‌شود:

$$\hat{y}' = \hat{\nu} \quad (43)$$

$$\hat{\nu}' = \hat{n}_T - \hat{n}_M \quad (44)$$

$$\hat{x}'_1 = 5(\hat{\lambda}' - K\hat{\theta}' - \hat{x}_1) \quad (45)$$

$$\hat{x}'_2 = 5(\hat{x}_1 - \hat{x}_2) \quad (46)$$

$$\hat{z}'_3 = 5(\hat{n}_c - \hat{z}_3) \quad (47)$$

$$\nu(0) = -v_M(0) \sin(\text{HE}) \quad (44)$$

را بکار برد که در آن، HE خطای سمت اولیه است. البته در اینجا، نمودارها بر حسب همان $\nu_0 = \nu(0)$ رسم شده است. در ابتدا، تأثیر صفر ناکمینه فاز بدون اثر رادوم بررسی می شود. برای این منظور، نمودار فاصله خطای بی بعد به ازای زمان نهایی بی بعد برای هدایت تناسبی ($\hat{a}_c = N_1 \hat{x}_2$) در شکل ۴ به ازای $N_1 = 3$ ، $R_{\text{sat}} = 4$ و مقادیر مختلف ($k_2 = -1/T^2 \omega_z^2$) ترسیم شده است. توجه این که مطابق پیوست الف، $N_1 = N'(1+R)$ می باشد. همانطور که در شکل ۴ مشاهده می شود، به ازای سه مقدار مفروض k_2 ، با منفی تر شدن مقدار k_2 ، فاصله خطای بی بعد (با صرف نظر از رفتار نوسانی)، افزایش می یابد. برای وضوح بیشتر، این نمودار برای دو بازه ترسیم شده است. در شکل ۵، مقدار $k_2 = -0.1$ لحاظ شده و فاصله خطای بی بعد به ازای شتابهای اشباع مختلف $R_{\text{sat}} = 0.2, 0.5, 4$ ترسیم شده است. با صرف نظر از رفتار نوسانی، افزایش شتاب اشباع بی بعد سبب کاهش فاصله خطا می شود. در ادامه، کلیه نمودارها به ازای $N_1 = 3$ ترسیم می شود.

توجه این که در این حالت، دو پارامتر بی بعد مذکور به صورت $\hat{\text{MD}} = |y(t_f)|/T | \nu_0 |$ و $R_{\text{sat}} = TA_{\text{sat}} / | \nu_0 |$ نوشته می شود. بعبارت دیگر برای محاسبه فاصله خطا، $\hat{\text{MD}}$ از نمودار فاصله خطای بی بعد، بدست آمده و در رابطه زیر جایگذاری می شود:

$$\text{MD} = Tv_M | \sin(\text{HE}) | \hat{\text{MD}} \quad (45)$$

در ادامه، رسم فاصله خطای بی بعد بر حسب $k_2 = -1/(T\omega_z)^2$ مدنظر است (مطابق شکل ۶). یک راهکار برای این موضوع، ترسیم نمودارها به ازای یک مقدار مشخص t_f/T است. راهکار دوم متوسط گیری از فاصله خطاست. برای این منظور، از جذر میانگین مربعات فاصله خطای بی بعد شده به ازای مقادیر مختلف $\tau_f = t_f/T$ استفاده می شود:

$$\text{rms}(\hat{\text{MD}}) = \left[\frac{1}{S} \sum_{j=1}^S \left(\frac{\text{MD}_j}{TV} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (46)$$

بطور نمونه برای شتاب خطی یا اصطلاحاً شیب ($m = 1$) و سهمی ($m = 2$) می توان نوشت:

$$n_T = A_T (t/t_f)^m = A_T (\tau/\tau_f)^m \quad (40)$$

$$\hat{n}_T = (\tau/\tau_f)^m \text{sgn}(A_T) \quad (41)$$

که در آن τ_f در رابطه (۲۱) تعریف شده است. در حالتی که شتاب هدف نوسانی و بصورت سینوسی باشد، بعبارت دیگر:

$$n_T = A_T \sin(\omega t) \quad (42)$$

با تعریف $\hat{\omega} = \omega T$ می توان نوشت:

$$\hat{n}_T = \text{sgn}(A_T) \sin(\hat{\omega} \tau) \quad (43)$$

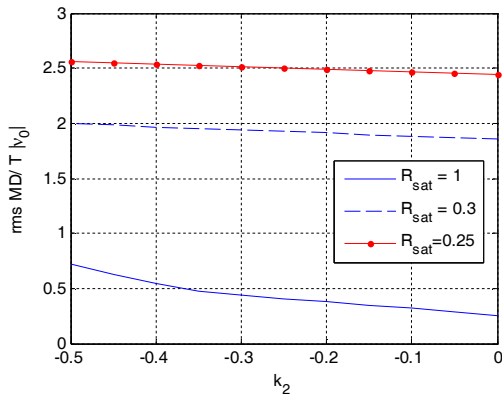
بحث و نتایج

با استفاده از حل عددی معادلات بی بعد شده می توان تحلیل فاصله خطا را به ازای مقادیر مختلف پارامترهای بی بعد بدست آورد. در اینجا برای حل عددی از روش رانگ کوتای مرتبه ۴ استفاده می شود. در این مطالعه، فرض می شود که v_c ثابت و مثبت است. فاصله خطای نهایی (MD) به ازای یک زمان نهایی مفروض (t_f) بصورت $\text{MD} = |y(t_f)|$ تقریب زده می شود. در مسئله بی بعد شده از فاصله خطای بی بعد بصورت $\hat{\text{MD}} = |\hat{y}(\tau_f)|$ استفاده می شود. برای بررسی نتایج، مسئله به سه بخش تقسیم می شود. ابتدا مسئله به ازای خطای سمت اولیه و هدف بدون مانور بررسی می شود. سپس هدف با مانور ثابت و در نهایت با مانور متغیر لحاظ می شود. همچنین در حل عددی برای کاهش پارامترها و نمودارهای مربوطه، ضریب $k_1 = 0$ ($c_1 = 0$) منظور می شود.

الف) حل عددی به ازای خطای سمت اولیه

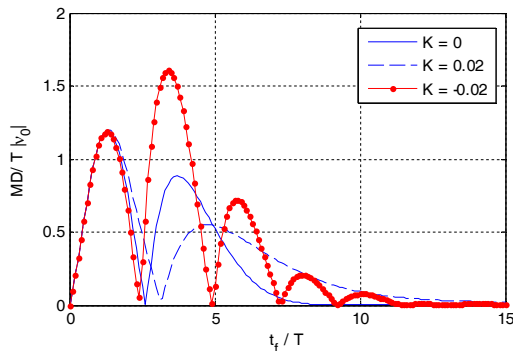
در ابتدا مسئله به ازای خطای سمت اولیه و بدون مانور هدف بررسی می شود. در این حالت، همانطور که اشاره شد، پارامتر V برابر $| \nu_0 |$ انتخاب می شود. بنابراین، هنگامی که تنها خطای سمت اولیه مدنظر باشد، $\hat{\nu}(0) = \pm 1$ (در اینجا مقدار مثبت انتخاب می شود). شرایط اولیه برای متغیرهای حالت بجز ν (و یا بی بعد شده آنها)، صفر منظور می شود. با توجه به این که y فاصله هدف از موشک در راستای عمود بر خط دید اولیه است، مقدار اولیه y صفر می شود. در صورتی که بردار سرعت هدف در راستای خط دید اولیه باشد برای $\nu(0)$ می توان تقریب

یک موشک خاص انتخاب می‌شود. برای تحلیل دقیق تر می‌توان نمودارها را به ازای بازه‌های مختلف τ_f رسم کرد؛ به‌طور نمونه $\tau_f = [0.2 \ 5]$ و $\tau_f = [5 \ 10]$. در شکل ۶، افزایش فاصله خطای بی بعد (جذر میانگین مربعات) به ازای کاهش $k_2 = -1 / (T\omega_z)^2$ بدون اثر رادوم مشاهده می‌شود.



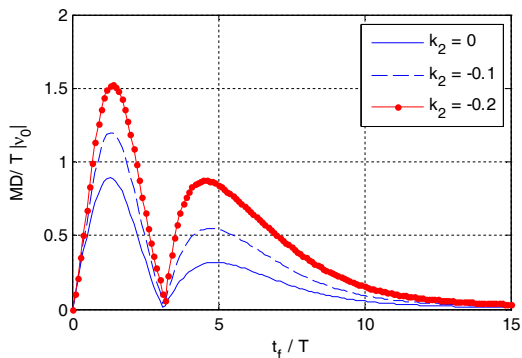
شکل ۶- جذر میانگین مربعات فاصله خطای بی بعد بر حسب

$$\tau_f = [4 \ 8] \quad k_2 = -1 / (T\omega_z)^2$$



شکل ۷- فاصله خطای بی بعد بر حسب زمان نهایی بی بعد به ازای

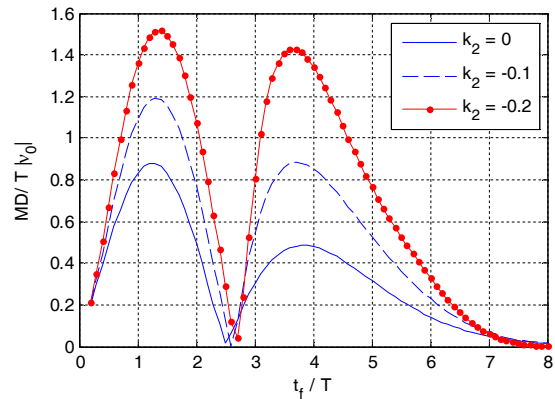
$$(k_2 = -0.1, R_{sat} = 4) \quad K = 0, \pm 0.02$$



شکل ۸- فاصله خطای بی بعد بر حسب زمان نهایی بی بعد به ازای

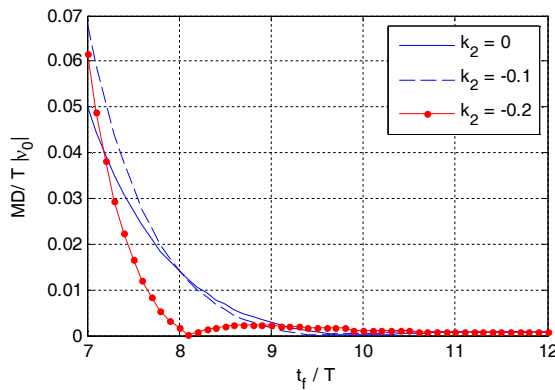
$$(K = 0.02, R_{sat} = 4) \quad k_2 = 0, -0.1, -0.2$$

که در آن MD_j فاصله خطا به ازای j زمین مقدار τ_f است. تعداد مقادیر گسسته τ_f نیز با S نمایش داده شده‌است. در اینجا برای حل عددی، کد مربوطه در داخل یک حلقه به ازای مقادیر مختلف τ_f (به‌طور نمونه از یک تا ۱۰ با گام ۰/۲) اجرا می‌شود. البته بازه زمانی τ_f بسته به زمان هدایت پایانی برای



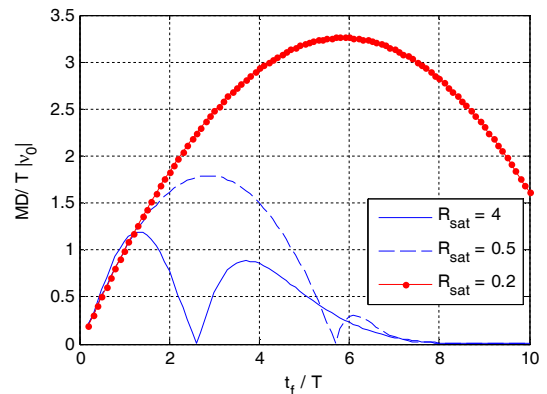
شکل ۴- فاصله خطای بی بعد بر حسب زمان نهایی بی بعد به ازای

$$(K = 0, R_{sat} = 4) \quad k_2 = 0, -0.1, -0.2$$



شکل ۵- فاصله خطای بی بعد بر حسب زمان نهایی بی بعد به ازای

$$(K = 0, k_2 = -0.1) \quad R_{sat} = 0.2, 0.5, 4$$

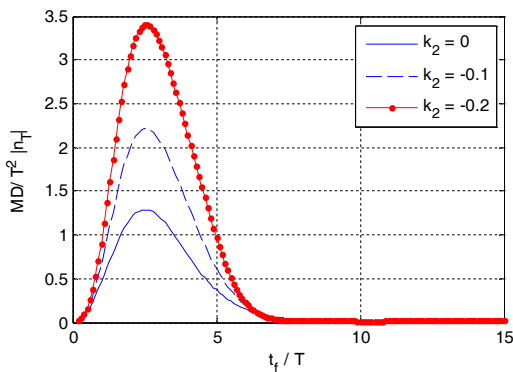


شکل‌های ۸ و ۹ نشان می‌دهد که با منفی‌تر شدن مقدار k_2 ، فاصله خطای بی‌بعد (با صرف‌نظر از رفتار نوسانی)، به ازای مقادیر مثبت و منفی شیب رادوم، افزایش می‌یابد. به منظور مقایسه دقیق‌تر در شکل ۱۰، فاصله خطای بی‌بعد (جزر میانگین مربعات) بر حسب $k_2 = -1/(T\omega_2)^2$ به ازای دو بازه $\tau_f = [4 \ 8]$ و $\tau_f = [8 \ 10]$ و مقادیر مختلف ضریب بی‌بعد K ترسیم شده‌است. همانطور که از این شکل مشاهده می‌شود، اعمال مقادیر کوچک منفی رادوم در بازه $\tau_f = [4 \ 8]$ سبب کاهش جزر میانگین مربعات خطا می‌شود.

ب) حل عددی به ازای هدف با مانور ثابت

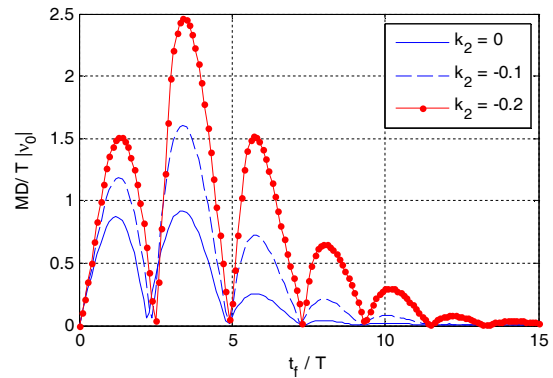
در مرحله دوم، حل عددی مسئله بی‌بعد به ازای هدف با مانور ثابت (بدون خطای سمت اولیه) بررسی می‌شود. بنابراین، پارامتر V در بی‌بعدسازی برابر $T |n_T|$ انتخاب می‌شود. در این حالت، نسبت شتاب اشباع به شتاب هدف می‌شود $(R_{sat} = A_{sat}/|n_T|)$ و $\hat{MD} = |y(t_f)|/T^2 |n_T|$. به عبارت دیگر برای محاسبه فاصله خطای موشک، \hat{MD} از نمودار فاصله خطای بی‌بعدشده، بدست آمده و در رابطه $MD = T^2 |n_T| \hat{MD}$ جایگذاری می‌شود.

در شکل‌های ۱۱-۱۶، نتایج حل عددی معادلات بی‌بعد در حالت مذکور بررسی شده‌است. ابتدا در شکل‌های ۱۱-۱۳، فاصله خطای بی‌بعد بدون اثر رادوم ترسیم شده‌است. نتیجه جالبی که مشاهده می‌شود این است که به ازای مقادیر بزرگ R_{sat} و در محدوده $\tau_f \leq 4 \pm 1$ ، افزایش R_{sat} سبب کاهش فاصله خطا نشده‌است. این موضوع به علت وجود صفر ناکمینه فاز پدید آمده‌است. در صورتی که به ازای $k_2 = 0$ و

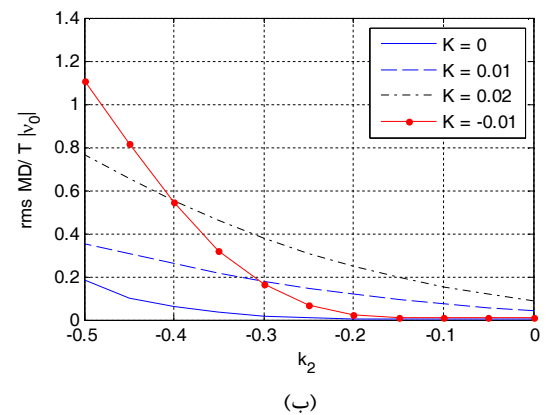
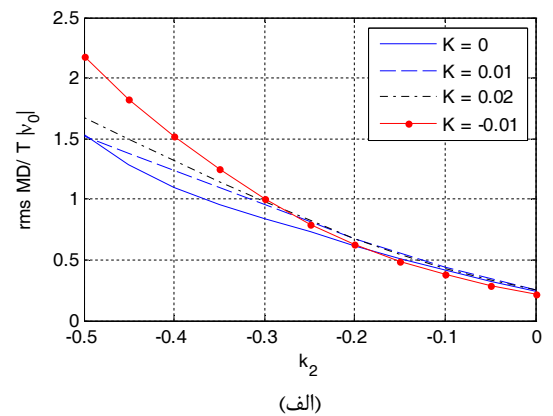


شکل ۱۱- فاصله خطای بی‌بعد بر حسب زمان نهایی بی‌بعد به ازای هدف با مانور ثابت و $k_2 = 0, -0.1, -0.2$ ($K = 0, R_{sat} = 20$).

بررسی انجام شده تاکنون بدون اثر رادوم بوده‌است. حال در شکل‌های ۱۰-۷، نتایج حل عددی معادلات بی‌بعد در حضور اثر رادوم بررسی می‌شود. شکل ۷ نشان می‌دهد که فاصله خطا به ازای $t_f/T < 2$ با تغییر مقدار شیب رادوم تقریباً بدون تغییر است.



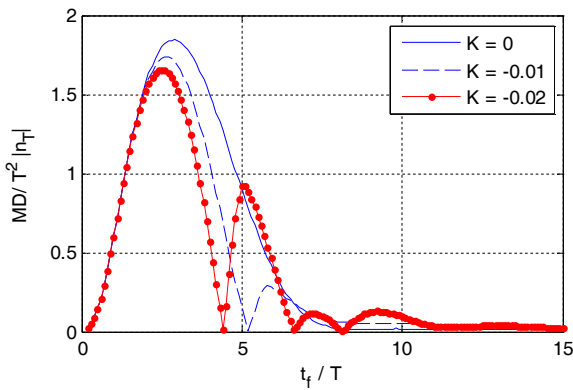
شکل ۹- فاصله خطای بی‌بعد بر حسب زمان نهایی بی‌بعد به ازای $k_2 = 0, -0.1, -0.2$ ($K = -0.02, R_{sat} = 4$).



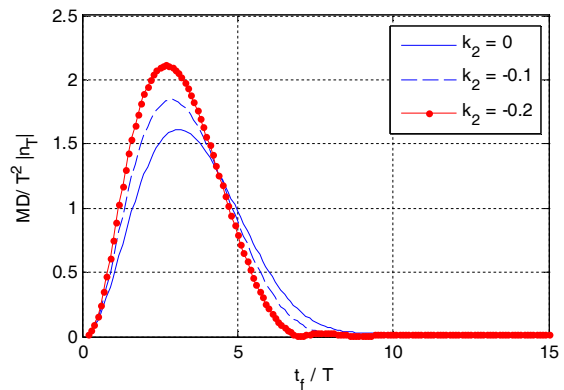
شکل ۱۰- جزر میانگین مربعات فاصله خطای بی‌بعد بر حسب k_2

برای $K = 0, \pm 0.01, 0.02$ و $R_{sat} = 4$ به ازای

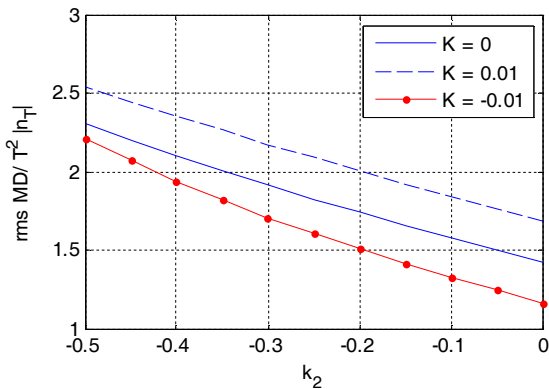
بازه $\tau_f = [4 \ 8]$ (ب) بازه $\tau_f = [8 \ 10]$ (الف)



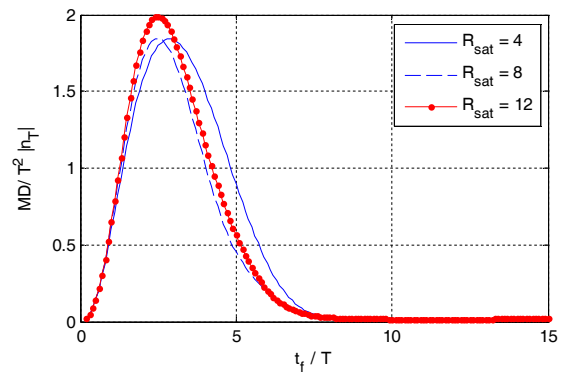
شکل ۱۵- فاصله خطای بی‌بعد به ازای هدف با مانور ثابت و $(k_2 = -0.1, R_{sat} = 4, T_\alpha / T = 6)$ $K = 0, -0.01, -0.02$



شکل ۱۲- فاصله خطای بی‌بعد بر حسب زمان نهایی بی‌بعد به ازای هدف با مانور ثابت و $(K = 0, R_{sat} = 4)$ $k_2 = 0, -0.1, -0.2$



شکل ۱۶- جذر میانگین مربعات فاصله خطای بی‌بعد بر حسب k_2 به ازای هدف با مانور ثابت، $K = 0, \pm 0.01$ و برای بازه $(R_{sat} = 4, T_\alpha / T = 6)$ $\tau_f = [2 \ 5]$

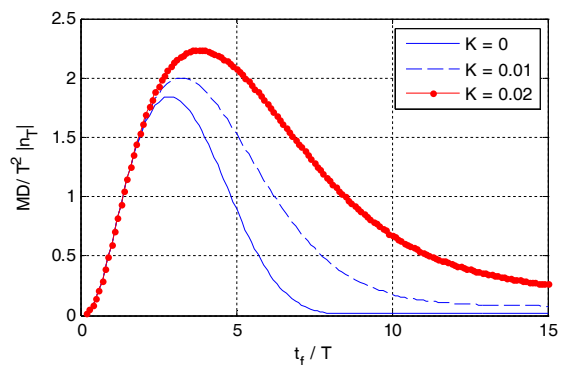


شکل ۱۳- فاصله خطای بی‌بعد بر حسب زمان نهایی بی‌بعد به ازای هدف با مانور ثابت و $(K = 0, k_2 = -0.1)$ $R_{sat} = 4, 8, 12$

ضریب K ($R > 0$) فاصله خطا افزایش یافته است (شکل ۱۴)؛ اما به ازای $R < 0$ ، با منفی‌تر شدن ضریب K ، بطور کلی فاصله خطای موشک افزایش نیافته است؛ بلکه روند قبل معکوس شده و فاصله خطا به ازای مقادیر مفروض و $\tau_f < 4$ کاهش می‌یابد. این موضوع بطور دقیق‌تر در شکل ۱۶ بررسی شده‌است. بنابراین در صورت اعمال مقادیر کوچک منفی شیب معادل (K)، می‌توان فاصله خطا را کاهش داد.

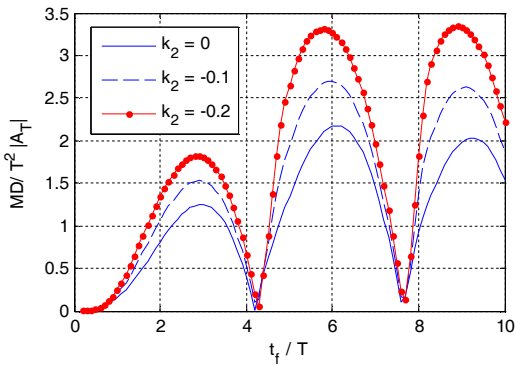
ج) حل عددی به ازای هدف با مانور متغیر

در مرحله سوم، مسئله بدون خطای سمت اولیه و به ازای هدف با مانور متغیر مطابق رابطه (۳۸) بررسی می‌شود. بنابراین، پارامتر V در بی‌بعدسازی برابر $|A_T| T$ انتخاب

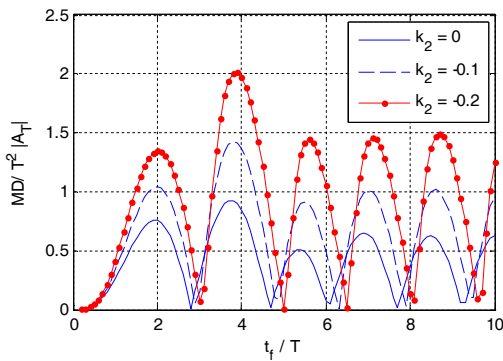


شکل ۱۴- فاصله خطای بی‌بعد به ازای هدف با مانور ثابت و $(k_2 = -0.1, R_{sat} = 4, T_\alpha / T = 6)$ $K = 0, 0.01, 0.02$

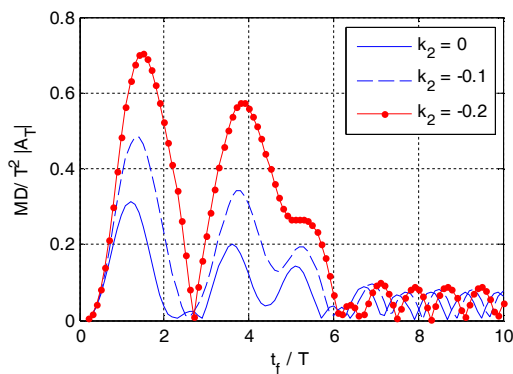
برای سیستم پایدار، افزایش R_{sat} سبب کاهش فاصله خطای موشک می‌شود. در ادامه در شکل‌های ۱۶-۱۴، فاصله خطای بی‌بعد با اثر رادوم بررسی شده‌است. با افزایش شیب رادوم یا



شکل ۱۹- فاصله خطای بی بعد بر حسب زمان نهایی بی بعد برای مانور سینوسی هدف با $\hat{\omega} = 1$ به ازای $k_2 = 0, -0.1, -0.2$.
 . ($K = 0, R_{sat} = 4$)



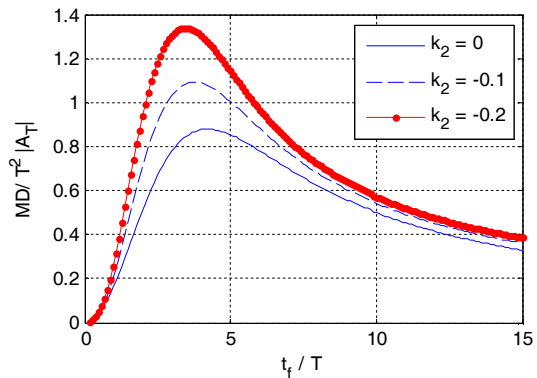
شکل ۲۰- فاصله خطای بی بعد بر حسب زمان نهایی بی بعد برای مانور سینوسی هدف با $\hat{\omega} = 2$ به ازای $k_2 = 0, -0.1, -0.2$.
 . ($K = 0, R_{sat} = 4$)



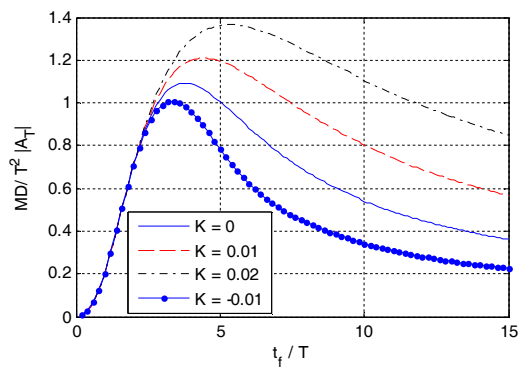
شکل ۲۱- فاصله خطای بی بعد بر حسب زمان نهایی بی بعد برای مانور سینوسی هدف با $\hat{\omega} = 4$ به ازای $k_2 = 0, -0.1, -0.2$.
 . ($K = 0, R_{sat} = 4$)

در ادامه، تحلیل فاصله خطا برای هدف با مانور سینوسی (۴۳) انجام می‌شود. در ابتدا در شکل‌های ۱۹-۲۱ فاصله خطای

می‌شود. ابتدا هدف با شتاب خطی (شیب) به صورت بی بعد $\hat{n}_T = \tau / \tau_f$ در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر $n_T = A_T(t/t_f)$ و $A_T > 0$. در این حالت، شتاب هدف از لحظه صفر تا زمان نهایی به طور خطی از صفر تا A_T تغییر می‌کند. در ابتدا تغییرات فاصله خطای بی بعد نسبت به k_2 بدون اثر رادوم بررسی می‌شود. این موضوع در شکل ۱۷ به ازای مقادیر مختلف $k_2 = 0, -0.1, -0.2$ نمایش داده شده است. با منفی تر شدن مقدار k_2 (بر خلاف هدف با شتاب ثابت در شکل ۱۲)، فاصله خطا به ازای کل بازه زمان نهایی، افزایش می‌یابد. در حالت هدف با شتاب متغیر، نمودارها به ازای $N_1 = 3$ ، $R_{sat} = 4$ و $T_\alpha / T = 6$ رسم می‌شود. شکل ۱۸ نیز نشان می‌دهد با افزایش مقادیر مثبت K ، فاصله خطا افزایش می‌یابد؛ اما در صورت وجود مقادیر کوچک منفی برای شیب رادوم (یا معادل)، فاصله خطا کاهش می‌یابد.



شکل ۱۷- فاصله خطای بی بعد بر حسب زمان نهایی بی بعد به ازای هدف با مانور شیب و $k_2 = 0, -0.1, -0.2$ ($K = 0, R_{sat} = 4$) .



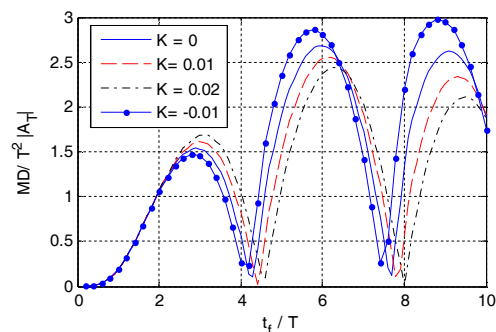
شکل ۱۸- فاصله خطای بی بعد به ازای هدف با مانور شیب و $K = 0, \pm 0.01, 0.02$ ($k_2 = -0.1, R_{sat} = 4, T_\alpha / T = 6$) .

نتیجه‌گیری

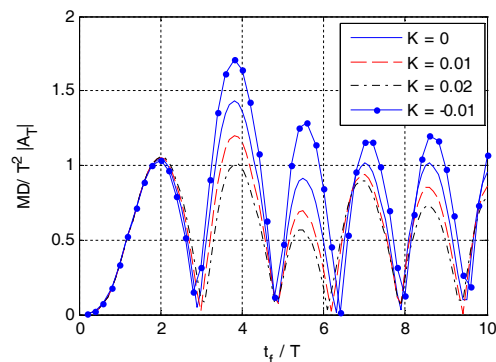
در این تحقیق، اثر توأمان صفر ناکمینه فاز، رادوم و اشباع شتاب با استفاده از معادلات بی‌بعد شده بررسی شده است. برای این منظور، در ابتدا معادلات تک‌بعدی حاکم بر مسئله، مستقل از قانون هدایت، به ازای خطای سمت اولیه و همچنین برای اهداف با مانورهای ثابت و متغیر بی‌بعد شده است. به‌طور نمونه، مانورهای متغیر شیب (خطی) و سینوسی برای هدف بررسی شده است. همچنین معادلات بی‌بعد شده برای یک دسته از مانورهای هدف تعمیم یافته است. دینامیک سیستم هدایت و کنترل با یک تابع تبدیل مرتبه پنجم با اعمال اثر اشباع شتاب و در حضور اثر رادوم مدل شده است. به عبارت دقیق‌تر، جستجوگر و فیلتر نويز هر کدام با یک تابع تبدیل مرتبه اول و دینامیک سیستم کنترل و بدنه مجموعاً با یک تابع تبدیل مرتبه سوم ناکمینه فاز مدل شده است. در ادامه، فرم بی‌بعد شده دستور شتاب یک کلاس از قوانین هدایت خطی (هدایت تناسبی و هدایت تناسبی افزوده خطی شده) و غیرخطی (هدایت تناسبی با ترم توان سوم نرخ چرخش خط دید و هدایت مبتنی بر کنترل مود لغزشی) استخراج شده است. همچنین در مدل مسئله از تابع تبدیل دستور شتاب به نرخ چرخش بدنی (به جای تابع تبدیل شتاب جانبی به نرخ چرخش بدنی) استفاده شده است. در صورت استفاده از تابع تبدیل شتاب جانبی به نرخ چرخش بدنی، علاوه بر ناپایدار بودن آن، دو متغیر جدید (اما وابسته) به همراه دو معادله رسته یک به معادلات حاکم اضافه می‌نمود که بر حسب اندازه گام انتگرالگیری عددی موجب خطای عددی می‌شود.

حل عددی معادلات بی‌بعد شده این مزیت مهم را دارد که با یکبار تولید نتایج آن، برای تمام مقادیر پارامترها قابل استفاده است و اهمیتی نزدیک به حل تحلیلی برای مسئله دارد. تحلیل فاصله خطا با استفاده از بی‌بعدسازی معادلات و رسم نمودارهای بی‌بعد منجر به ارائه نمودارهای مفیدی برای بررسی رفتار پارامترهای مختلف بخصوص اثر صفر ناکمینه فاز جهت تحلیل و طراحی قوانین هدایت می‌شود. در تحلیل مسئله ناکمینه فاز مشخص شد که در صورتی که نسبت شتاب اشباع موشک به شتاب هدف زیاد باشد، فاصله خطای نهایی حدوداً برای زمانهای اصابت کوچکتر از ۴ تا ۵ برابر ثابت زمانی سیستم هدایت و کنترل، (برخلاف سیستم کنترل کمینه فاز) افزایش می‌یابد. این موضوع می‌تواند جهت اصلاح قانون هدایت به کار

بی‌بعد بدون اثر رادوم و به ازای محل صفر ناکمینه فاز $(k_2 = 0, -0.1, -0.2)$ ترسیم شده است و نشان می‌دهد که روند کلی بگونه‌ای است که با منفی‌تر شدن مقدار k_2 ، فاصله خطا افزایش می‌یابد. البته در شکل ۲۱ به ازای $\hat{\omega} = 4$ و $\tau_f > 6$ تأثیر k_2 یکسان به نظر می‌رسد. در شکل‌های ۲۲ و ۲۳ اثر رادوم نیز اعمال شده است. اثر رادوم برای منحنی پیک اول متفاوت از پیک‌های دیگر شده است. اعمال کمی شیب رادوم منفی برای پیک اول سبب کاهش فاصله خطا شده، اما برای پیک‌های بعدی شیب رادوم مثبت سبب کاهش خطا شده است. صرف‌نظر از این که معادلات بی‌بعد حاضر مستقل از قانون هدایت در حضور المان‌های غیرخطی، اثر رادوم و سیستم کنترل ناکمینه فاز استخراج شده است، در مرجع [۴] (علی‌رغم تفاوت‌های مذکور) بدون ذکر معادلات، نمودارهای هدف با شتاب شیب و سهمی (هر کدام به‌طور متفاوتی) بی‌بعد رسم شده است؛ اما بی‌بعدسازی حاضر، برای مانورهای مختلف به‌طور یکسان بوده و لذا از جهت مقایسه نیز بهتر است.



شکل ۲۲- فاصله خطای بی‌بعد برای مانور سینوسی هدف با $\hat{\omega} = 1$ و $K = 0, \pm 0.01, 0.02$ ($k_2 = -0.1$).



شکل ۲۳- فاصله خطای بی‌بعد برای مانور سینوسی هدف با $\hat{\omega} = 2$ و $K = 0, \pm 0.01, 0.02$ ($k_2 = -0.1$).

$$\hat{a}_c = N'(1+R)\hat{x}_2 + N_3\hat{x}_2^3 \quad (52)$$

که ضریب بی بعد N_3 بصورت زیر تعریف می شود:

$$N_3 = \frac{K_3(1+R)^3 V^2}{T^2 v_c^3} \quad (53)$$

یک دسته از قوانین هدایت مبتنی بر کنترل مود لغزشی به صورت زیر قابل نمایش است:

$$a_c = N'v_c \dot{\lambda} + \eta \operatorname{sgn}(\dot{\lambda}) \quad (54)$$

که در آن، η معمولاً نمایانگر قدرمطلق حداکثر میزان شتاب هدف می باشد. رابطه دستور شتاب بی بعد شده به صورت

$$\hat{a}_c = N'(1+R)\hat{x}_2 + \hat{\eta} \operatorname{sgn}(\hat{x}_2) \quad (55)$$

حاصل می شود. البته بهتر است که در قوانین هدایت مذکور از تغییر متغیر

$$N_1 = N'(1+R) \quad (56)$$

استفاده شود. در این حالت، برای هدایت تناسبی می توان نوشت:

$$\hat{a}_c = N_1 \hat{x}_2 \quad (57)$$

در ادامه، لازم به ذکر است که به منظور اجتناب از پدیده نوسانات سریع ناخواسته، بجای تابع علامت در رابطه (۵۴)، ممکن است از توابع اشباع، تانژانت هیپربولیک و ... استفاده شود. به طور نمونه در مرجع [۲۳] برای استخراج قانون هدایت مود لغزشی از تابع علامت استفاده شده و برای اصلاح آن تابع تانژانت هیپربولیک پیشنهاد شده است. البته در اینجا می توان روابط کاملتری از قوانین هدایت مبتنی بر کنترل مود لغزشی را به کار برد.

پیوست ب: محاسبه تابع تبدیل θ / n_c

در این پیوست، تابع تبدیل θ / n_c استخراج می شود. فرض کنید معادلات حرکت کانال فراز به صورت زیر نوشته شود:

$$\ddot{\theta} = M_\alpha \alpha + M_\delta \delta \quad (58)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{n_L}{v_M} \approx -Z_\alpha \alpha - Z_\delta \delta \quad (59)$$

که در آن، δ زاویه بالک و $Z_\alpha, Z_\delta, M_\alpha, M_\delta$ ضرایب آیرودینامیکی بامعده هستند. با استفاده از دو رابطه اخیر و رابطه

رود. در صورتی که اگر اثر توأمان اشباع و صفر ناکمینه فاز اعمال نشود، نتایج حاصل ظاهر نمی شود. همچنین برای این محدوده زمانی، مقادیر کوچک شیب رادوم منفی سبب کاهش خطا می شود.

پیوست الف: معادلات دستور شتاب بی بعد قوانین هدایت

در این پیوست، فرم بی بعد شده یک دسته از قوانین هدایت برای استفاده در معادلات بی بعد شده (۳۰-۲۴) که با فرض سیستم هدایت و کنترل مرتبه پنجم ناکمینه فاز با اثر اشباع شتاب و رادوم بدست آمده است، ارائه می شود. در ابتدا رابطه دستور شتاب بی بعد شده هدایت تناسبی و هدایت تناسبی افزوده بدست می آید. سپس رابطه دستور شتاب بی بعد شده هدایت تناسبی با جمله غیرخطی بدست می آید. به علاوه، یک نمونه از دستور شتاب بی بعد شده قوانین هدایت مبتنی بر کنترل مود لغزشی نیز ارائه می شود. همانطور که اشاره شد، روش الحاقی در این موارد قابل اعمال نیست.

در ابتدا قانون هدایت تناسبی را در نظر بگیرید:

$$a_c = N'v_c \dot{\lambda} \quad (47)$$

در قانون هدایت تناسبی افزوده، عبارت $N'_a n_T$ به دستور شتاب هدایت تناسبی، افزوده می شود:

$$a_c = N'v_c \dot{\lambda} + N'_a n_T \quad (48)$$

که در آن N'_a ضریب ناوبری شتاب هدف است. با توجه به شکل ۱، سیگنال نرخ چرخش خطدید پس از فیلتر با x_2 نمایش داده شده است. بنابراین:

$$a_c = N'v_c x_2 + N'_a n_T \quad (49)$$

رابطه دستور شتاب بی بعد شده بصورت زیر نوشته می شود:

$$\hat{a}_c = N'(1+R)\hat{x}_2 + N'_a \hat{n}_T \quad (50)$$

در مرجع [۳] دستور شتاب هدایت تناسبی به صورت زیر پیشنهاد شده است:

$$a_c = N'v_c \dot{\lambda} + K_3 \dot{\lambda}^3 \quad (51)$$

دستور شتاب فوق (با جایگزینی x_2 در آن) بصورت رابطه (۵۲) بی بعد می شود:

منابع و مراجع

- [1] Lin, C.-F., *Modern Navigation, Guidance, and Control Processing*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [2] Fleeman, E.L., *Tactical Missile Design*, AIAA Education Series, 2001.
- [3] Yanushevsky, R., *Modern Missile Guidance*, CRC Press, 2008.
- [4] Zarchan, P., *Tactical and Strategic Missile Guidance*, 3rd ed., Progress in Astronautics and Aeronautics, 176, AIAA, 1997.
- [5] Slotine, J.J.E, and Li, W., *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, 1991.
- [6] Devaud, E., Siguerdidjane, H., and Font, S., "Nonlinear Dynamic Autopilot Design for the Non-Minimum Phase Missile," *Proc. of the 37th IEEE Conference on Decision & Control*, Tampa, Florida, USA, 1998.
- [7] Snell, A., "Decoupling of Non-Minimum Phase Plants and Application to Flight Control," *AIAA GNC Conference*, AIAA 2002-4760, August 2002.
- [8] Barkana, I., "Classical and Simple Adaptive Control for Non-Minimum Phase Autopilot Design" *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 28, No. 4, 2005, pp. 631-638.
- [9] Rusnak, I., and Meir, L., "Modern Guidance Law for High-Order Autopilot," *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 14, No. 5, 1991, pp. 1056-1058.
- [10] Neslin, F.W., and Zarchan, P., "A New Look at Classical versus Modern Homing Missile Guidance," *AIAA Journal of Guidance and Control*, Vol. 4, No. 6, 1981, pp. 78-85.
- [11] Miwa, S., "Radome Effect on the Miss Distance of a Radar Homing Missile," *Electronics and Communications in Japan*, Part 1, Vol. 81, No. 7, 1998.
- [12] Neslin, F.W., and Zarchan, P., "Radome Induced Miss Distance in Aerodynamically Controlled Homing Missiles," *AIAA Guidance and Control Conference*, AIAA-84-1845, USA, 1984.
- [13] Shtessel, Y.B., Shkolnikov, I.A., and Levant, A., "Smooth Second-Order Sliding Modes: Missile Guidance Application," *Automatica*, 43, 2007, pp. 1470-1476.
- [14] Neslin, F.W., and Zarchan, P., "Missile Guidance Design Tradeoffs for High Altitude Air Defense," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 6, No. 3, 1983, pp. 207-212.
- [15] Lin J.-M., and Chau, Y.-F., "Radome Slope Compensation Using Multiple-Model Kalman Filters," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 18, No. 3, 1995, pp. 637-640.
- [16] Gurfil, P., and Kasdin, J., "Improving Missile Guidance Performance by In-Flight Two-Step Nonlinear Estimation of Radome Aberration," *IEEE Trans. on Control System Technology*, Vol. 12, No. 4, 2004, pp.532-541.

$\alpha = \theta - \gamma$ (زاویه مسیر پروازی است)، تابع تبدیل $\theta(s) / \gamma(s)$ بدست می‌آید:

$$\frac{\theta}{\gamma}(s) = \frac{1 + T_\alpha s}{1 - s^2 / \omega_z^2} \quad (60)$$

و یا

$$\frac{\dot{\theta}}{n_L}(s) = \frac{1 + T_\alpha s}{v_M(1 - s^2 / \omega_z^2)} \quad (61)$$

که در آن

$$T_\alpha = \frac{M_\delta}{M_\alpha Z_\delta - M_\delta Z_\alpha} \quad (62)$$

$$\omega_z^2 = \frac{M_\alpha Z_\delta - M_\delta Z_\alpha}{Z_\delta} \quad (63)$$

البته اگر اثر میرا کننده $\dot{\theta}$ در سمت راست معادله (۵۸) لحاظ شود، رابطه (۶۰) بصورت

$$\frac{\theta}{\gamma}(s) = \frac{1 + T_\alpha s}{1 + c_1 s + c_2 s^2} \quad (64)$$

و یا

$$\frac{\dot{\theta}}{n_L}(s) = \frac{1 + T_\alpha s}{v_M(1 + c_1 s + c_2 s^2)} \quad (65)$$

حاصل می‌شود. حال با جایگذاری از روابط (۷) و (۶۵) در سمت راست رابطه

$$\frac{\dot{\theta}}{n_c}(s) = \frac{n_L}{n_c}(s) \frac{\dot{\theta}}{n_L}(s) \quad (66)$$

تابع تبدیل $\dot{\theta} / n_c$ بدست می‌آید:

$$\frac{\dot{\theta}}{n_c}(s) = \frac{1 + T_\alpha s}{v_M(1 + T_n s)^3} \quad (67)$$

توجه این که در صورتی که Z_δ صفر فرض شود، رابطه زیر به تنهایی از رابطه (۵۹) حاصل می‌شود:

$$\frac{\dot{\theta}}{n_L}(s) = \frac{1 + T_\alpha s}{v_M} \quad (68)$$

که در آن $T_\alpha = -1 / Z_\alpha$. البته لازم به ذکر است که روابط (۶۵-۵۸) در منابع دینامیک پرواز و کنترل وسایل پروازی موجود است؛ اما استخراج تابع تبدیل (۶۷) وابسته به فرض مدلسازی تابع تبدیل n_L / n_c است. تغییر مخرج تابع تبدیل (۷) موجب تغییر تابع تبدیل (۶۷) خواهد شد.

[۲۱] نیکوسخن لامع، م. و محمدخانی، م. ع.، "جبران‌سازی سه بعدی خطای ریدوم در صفحه دید با استفاده از نرخ بدنی" نهمین کنفرانس انجمن هوافضای ایران، تهران، ۱۳۸۸.

[۲۲] جلالی نائینی، س.ح.، تحلیل فاصله خطای ناوبری تناسبی با استفاده از معادلات بی‌بعد شده با اثر رادوم، اشباع شتاب و بازخورد سرعت زاویه‌ای بدنه، مهندسی هوانوردی، سال چهاردهم، شماره ۱، بهار ۱۳۹۱، صفحات ۱۱-۱.

[۲۳] زارعی، م. ولی، ا. و بهنام گل، و.، مهندسی هوانوردی، هدایت غیرخطی مقاوم در راستا و عمود بر خط‌دید برای برخورد با اهداف متحرک، سال چهاردهم، شماره ۱، بهار ۱۳۹۱، صفحات ۴۶-۳۷.

[17] Zarchan, P., and Gratt, H., "Adaptive Radome Compensation Using Dither," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 22, No. 1, 1999, pp. 51-57.

[18] Lin, C.L., "Stability Analysis of Radome Error and Calibration Using Neural Network," *IEEE Trans. on AES*, Vol. 37, No. 4, 2001, pp.1442-1450.

[19] Cao, X., Dong, C., Wang, Q., and Chen, Y., "Radome Slope Estimation in Flight Using Fuzzy Adaptive Multiple Model for Active Homing Missile," *The 9th Int. Conf. on Electronic Measurement & Instruments*, 2009.

[20] Lin, J.-M., and Lin, C.-H., "High Altitude Air Defense with Intelligent Fuzzy Terminal Guidance Law by Taking Turning Rate and Radome Error slope into Consideration," *Proc. of the 8th Asian Control Conference*, Taiwan, 2011.