

# تشخیص و مکان‌یابی تجربی خرابی در یک سیلندر کامپوزیتی به کمک روش انحنای تابع پاسخ فرکانسی

سلیمانی حسین<sup>۱</sup>، صالح‌زاده نوبری علی<sup>۲</sup>، شاهوردی حسین<sup>۳</sup>، قاسمی پاریزی محمدجواد<sup>۴</sup>

۱- دانشجوی دکترا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوافضا، تهران، ایران

۲- استاد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوافضا، تهران، ایران

۳- دانشیار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوافضا، تهران، ایران

۴- دانشجوی دکترا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی هوافضا، تهران، ایران

(دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۱/۲۶ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۵/۱۷)

## چکیده

استفاده از مواد کامپوزیتی طی سالیان اخیر گسترش فراوانی داشته است. علیرغم وزن کم و مقاومت بالای آن، خرابی زود هنگام و ضعف این مواد در محیط‌های ارتعاشی از جمله مواردی است که مانعی بر سر راه گسترش این مواد در معرض بارگذاری‌های دینامیکی شده است. شناسایی جدایش بین‌لایه‌ای، مرسوم‌ترین نوع خرابی در کامپوزیت‌های چندلایه است. در این پژوهش اثر جدایش بین‌لایه‌ای با ابعاد کوچک، بر رفتار مودال و توابع پاسخ فرکانسی به صورت تجربی بررسی می‌شود. از بین مکانیزم‌های خرابی مرسوم در این مواد، اثر ضربه به سازه اعمال شده و طی چهار مرحله سطح انرژی ضربه که ارتباط مستقیمی با اندازه جدایش بین‌لایه‌ای دارد، افزایش داده می‌شود و در هر حالت آنالیز مودال صورت گرفته و پارامترهای مودال با حالت سالم مقایسه خواهد شد. درستی ارتباط نتایج حاصل از تحلیل مودال توسط تغییرات نسبت استهلاک با تغییرات شیب تابع پاسخ فرکانسی مربوط به تحلیل فرکانسی نشان داده می‌شود. نتایج استفاده از پارامترهای مودال جهت مکان‌یابی خرابی‌های کوچک کاربردی ندارد. بنابراین به منظور مکان‌یابی خرابی، از داده‌های خام پاسخ سیستم که فاقد خطای مودال است استفاده می‌شود. از این جهت انحنای توابع پاسخ فرکانسی در همه نقاط محاسبه شده و با حالت سالم مقایسه و مکان خرابی پیش‌بینی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: کامپوزیت، جدایش، خرابی، پاسخ فرکانسی

## Damage detection and localization in a composite cylinder using FRF curvature method

H. Soleimani, A. S. Nobari, H. Shahverdi, M. J. Qasemi Parizi

### Abstract

Despite low weight and high strength of composite materials, early failure and their weakness in vibrational environments are the main obstacles in using them in presence of dynamic loading. Detection of inter-laminar delamination as one of the most common failures in laminated composites is important for future life of structure. In this study, the effect of a small size delamination on the modal behavior and frequency response functions (FRFs) of a composite cylinder is experimentally investigated. Among usual damage mechanisms, the effect of impact mostly considered as delamination, is increased in four stages. In each state, modal analysis is implemented and results are compared with those of other states. Experimental modal analysis shows that small damage doesn't change natural frequencies. However, raw data of frequency response functions may leads to damage identification due to the variation of its features with respect to damage size. To localize damage, the curvature of FRFs are calculated and compared with those of the healthy cylinder by choosing optimum frequency range.

**Keywords:** Composite Cylinder, Modal Analysis, Delamination, Damage Detection, FRF Curvature method

## مقدمه

با توجه به اهمیت سازه‌های کامپوزیتی استوانه‌ای شکل و گسترش روزافزون این سازه‌ها در صنایع متفاوت کشور، خصوصاً صنایع هوافضا، نیاز به شناسایی و در دسترس بودن رفتار دینامیکی این سازه‌ها در شرایط غیرسالم حس می‌شود. مخازن تحت فشار از جمله مواردی است که کاربرد گسترده استوانه‌های رشته‌پیچی را نشان می‌دهد. اهمیت و حساسیت این نوع سازه‌ها از سویی و نبود روش‌های راحت و ارزان به منظور پایش وضعیت این سازه‌ها از سوی دیگر، بحث شناسایی دینامیکی را به موضوع روز تبدیل کرده است. کامپوزیت‌ها به دلیل برتری‌هایی همچون استحکام بالا، وزن پایین و مقاومت به خوردگی مکانیکی و شیمیایی بالاتر نسبت به فلزات مرسوم، به‌طور فزاینده‌ای در صنایع مختلف به‌کار گرفته شده‌اند [۱]. از سویی کیفیت تمام سازه‌های کامپوزیتی با گذشت زمان به‌علت دلایل متفاوتی از جمله شرایط محیطی، تغییرات در عملکرد، پدیده‌های تصادفی و احتمالاً طراحی غیرایده‌ال، کاهش می‌یابد [۱]. یکی از مشکلات کامپوزیت‌ها کماکان ضعف آن‌ها در محیط‌های ارتعاشی است. گسترش و همه‌گیر شدن این مواد مستلزم نشان دادن رفتار دینامیکی مناسبی تحت بارگذاری‌های پرتکرار و یا اتفاقی در محدوده امن طراحی است. گسیختگی و کمانش الیاف، ترک‌خوردگی و شکست زمینه، جدایش لایه‌ها، جدایش تقویت‌کننده از ماتریس و ترکیبی از حالات فوق نمونه‌های مختلف شکست است که در سازه‌ها رخ می‌دهد [۲]. صرف‌نظر از دلیل کاهش کیفیت و تغییر در پارامترهای فیزیکی سازه، همواره تشخیص عیب، شدت و مکان خرابی از جمله چالش‌های پیش‌رو در استفاده از سازه‌ها و به‌خصوص سازه‌های کامپوزیتی بوده‌است. وجود عیب در سازه باعث تغییر خواص دینامیکی آن نسبت به حالت بدون عیب خواهد شد، بدین معنی که خرابی باعث کاهش موضعی جرم و سختی سازه شده و تغییر در ماتریس جرم و سختی سازه را در پی دارد. همچنین در اثر خرابی، مکانیزم اتلاف انرژی دست‌خوش تغییر شده و لذا تغییرات استهلاک سیستم را در پی خواهد داشت. بدین ترتیب می‌توان گفت از مقایسه خواص دینامیکی در دو حالت معیوب و سالم، می‌توان شدت و محل عیب را تخمین زد [۳].

به‌طور کلی روش‌های شناسایی خرابی خطی را می‌توان به دو نوع بر پایه مدل و بدون پایه مدل تقسیم‌بندی نمود [۴].

عموماً روش‌هایی که از یک مدل اولیه سازه استفاده نمی‌کنند تنها برای تشخیص وجود عیب و مکان‌یابی عیب استفاده می‌شوند و در تعیین شدت و نوع عیب چندان کارآمد نیستند. با این وجود به‌دلیل کم هزینه‌تر، ساده‌تر و سریع‌تر بودن این روش‌ها، کاربردهای زیادی دارند [۴]. به‌دلیل هندسه پیچیده‌تر استوانه‌ها در مقایسه با تیر و صفحه، پیشینه پژوهش در مورد عیب‌یابی استوانه‌ها به کمک آزمون‌های ارتعاشی به گستردگی تحقیقات انجام‌شده بر روی تیر و صفحه نمی‌باشد. با این وجود اولین تلاش‌ها به‌منظور تحلیل مودال یک استوانه در حضور خرابی صورت گرفت [۵]. در این مرجع امکان تشخیص خرابی در استوانه‌ها به‌کمک تغییرات پارامترهای دینامیکی بررسی شد. در نهایت نتایج حاصل از آنالیز مودال با حالتی که یک سوراخ شیاری روی استوانه بود مقایسه شد و نتایج نشان‌داد که فرکانس‌های طبیعی به خرابی‌های کوچک حساس نیستند ولی بعضی از شکل‌مودها تغییرات چشمگیری داشته‌اند. با این حال در این مرجع تغییرات نسبت‌های استهلاک مورد بررسی قرار نگرفت.

عیب‌یابی یک پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی به‌کمک مدل المان‌محدود و روش تغییرات فرکانس‌های طبیعی و شکل‌مودها نیز مورد بررسی قرار گرفت [۶]. موقعیت محوری عیب با مقایسه میزان اندازه‌گیری‌شده و تغییرات فرکانس پیش‌بینی‌شده سازه تعیین گردید. برای این منظور از اطلاعات بدست‌آمده از سازه به‌کمک معیار حساسیت فرکانسی استفاده شده است. مزیت این روش این است که حساسیت‌های فرکانسی به‌راحتی از مدل المان‌محدود به‌دست می‌آیند. نتایج بررسی‌ها در این تحقیق نشان می‌داد که معیار مورد استفاده به‌راحتی قادر به تشخیص عیوب پوسته با شرایط تکیه‌گاه آزاد-آزاد است. سپس روش عیب‌یابی یک پوسته استوانه‌ای نیز انجام شد [۷]. بدین صورت با شبیه‌سازی عددی، سازه سالم و معیوب شناسایی می‌شود. با استفاده از تابع پاسخ فرکانسی سازه که به‌کمک معادلات دینامیکی سازه به‌دست می‌آید، عیوب در سازه شناسایی می‌شود. برتری تحقیق این مرجع در آن مقطع این‌بود که روش مورد استفاده، برخلاف بسیاری از روش‌های دیگر، نیاز به اطلاعات سازه سالم نداشت و عیب را تنها با استفاده از داده‌های پاسخ فرکانسی سازه معیوب شناسایی می‌کند. بررسی تشخیص آسیب ترک به‌کمک روش حل عددی در سطح یک پوسته استوانه‌ای نیز مورد بررسی قرار گرفت [۸].

ابتدا معادلات حرکت پوسته استوانه‌ای آسیب‌دیده استخراج شد. بر اساس تئوری مکانیک شکست پیوسته، حجم کوچکی از ماده که شامل آسیب جهت‌دار است به کمک کاهش اثر مدول الاستیسیته نشان داده می‌شود که مقدار آن ارتباط مستقیم به اندازه و جهت عیب مورد نظر دارد. بر خلاف اکثر روش‌های عیب‌یابی تا آن زمان، این روش فقط نیاز به اطلاعات سازه معیوب دارد. همچنین در این مرجع آثار احتمالی اغتشاشات بر تابع پاسخ فرکانسی سازه معیوب به صورت عددی بررسی شد. نتیجه این بررسی شناسایی همزمان چندین عیب، تشخیص محل و شدت آن‌ها توسط روش مورد نظرشان است. همچنین وجود اغتشاشات تا حدود ۷٪ اثر قابل توجهی بر دقت نتایج نخواهد گذاشت.

نسبت انرژی کرنشی مودال نیز در حالت سالم و معیوب برای استوانه بررسی شده است [۹]. برای بررسی این روش، از مدل اجزای محدود و تجربی یک استوانه معیوب استفاده شد. در به‌کارگیری این روش در مدل تجربی بر خلاف مدل المان محدود، با افزایش تعداد مودها، از مود پنجم به بعد، این روش نمی‌تواند محل صحیح عیب را شناسایی کند.

در این پژوهش سعی شده است با آنالیز مودال و بررسی رفتار فرکانسی سازه در شرایط سالم و دارای خرابی‌های متفاوت حاصل از ضربه که عمدتاً از نوع جدایش بین‌لایه‌ای است، خرابی شناسایی و مکان‌یابی شود. بدین ترتیب مطالعه تجربی بر رفتار مودال یک استوانه کامپوزیتی صورت خواهد گرفت و نتایج با حالت دارای خرابی این سازه مقایسه می‌شود. به‌منظور صحت‌گذاری نتایج حاصل از آنالیز مودال، سازگاری روند تغییرات نسبت‌های استهلاک استخراج‌شده با مشتق اول تابع پاسخ فرکانسی بررسی خواهد شد. با اعمال روش انحنای تابع پاسخ فرکانسی به مکان‌یابی خرابی پرداخته شده و اثر گسترش خرابی بر کارایی این روش بحث می‌شود. با بررسی کارایی بازه‌های فرکانسی متفاوت، بازه فرکانسی بهینه برای هر مرحله از خرابی مشخص می‌شود.

### روابط محاکم (مودال و انحنای تابع پاسخ فرکانسی)

آنالیز مودال بر مبنای این اصل استوار است که پاسخ ارتعاشی یک سیستم خطی و غیروابسته به زمان را می‌توان توسط مجموعه‌ای خطی از حرکت‌های ساده هارمونیک، به نام مودهای ارتعاشی طبیعی، بیان نمود. مودهای طبیعی ارتعاشات

ویژگی‌های ذاتی سیستم دینامیکی هستند و توسط خصوصیت‌های فیزیکی سیستم، مانند جرم، سختی و میرایی، مشخص می‌گردند. هر مود ارتعاشی توسط پارامترهای مودال شناخته می‌شود که عبارتند از: فرکانس طبیعی، نسبت میرایی مودال و شکل مود. در ضمن شکل مود می‌تواند حقیقی و یا موهومی باشد [۱۰].

آنالیز مودال هر دو جنبه روش‌های تئوری و آزمایشگاهی را دربر می‌گیرد. تست مودال روشی تجربی به‌منظور استخراج مدل مودال برای یک سیستم ارتعاشاتی خطی و غیروابسته به زمان استفاده می‌شود. برای نیل به این هدف، ثبت پاسخ‌های فرکانسی یک سازه مورد نیاز خواهد بود. ثبت پاسخ فرکانسی سازه می‌تواند به‌سادگی با انجام تحریک سازه در یک نقطه، بدون حضور تحریک‌های دیگر و ضبط پاسخ ارتعاشی در یک و یا چند نقطه انجام شود. تحریک صورت‌گرفته بر روی سازه می‌تواند در یک محدوده فرکانسی، سینوسی، گذرا، اتفاقی و غیره باشد. به‌صورت عمومی تحریک انجام‌شده توسط یک مبدل نیرو در نقطه اعمال نیرو اندازه‌گیری می‌شود، در حالی که پاسخ سازه توسط شتاب‌سنج و یا سایر حسگرها اندازه‌گیری و ثبت می‌شود. عموماً هر دو سیگنال‌های تحریک و پاسخ به‌عنوان ورودی به یک تحلیل‌گر که وظیفه استخراج پاسخ‌های فرکانسی را دارد، داده می‌شود. به‌صورت خلاصه، تست مودال تجربی در سه مرحله معرفی می‌گردد: آماده‌سازی بستر آزمایش، اندازه‌گیری پاسخ‌های فرکانسی و نهایتاً محاسبه پارامترهای مودال [۱۰].

یک سیستم یک‌درجه آزادی را در نظر بگیرید که متشکل از جرم  $m$  متصل به فنر  $K$ ، دمپر  $C$  و تحت نیروی  $f(t)$  مطابق است. معادله حرکت این سیستم را می‌توان توسط معادله (۱) بیان نمود [۱۰]:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (1)$$

اکنون فرض شود که نیروی هارمونیک واردشده به‌صورت تابع مختلط  $f(t) = F(\omega) e^{j\omega t}$  مد سازی شود، پاسخ سیستم نیز به‌صورت تابع مختلطی مانند  $x(t) = X(\omega) e^{j\omega t}$  در نظر گرفته شود که  $X(\omega)$  تابع مقدار مختلط است. اگر این مدل‌سازی‌ها در معادله (۱) جایگذاری شوند، نسبت جابجایی پاسخ بر نیرو توسط رابطه (۲) بیان خواهد شد.

به‌منظور توضیحات بیشتر و روش‌های جدیدتر و بهبود یافته توصیه می‌شود به مراجع [۱۴-۱۱] رجوع شود.

استفاده از روش انحنای تابع پاسخ فرکانسی مستقیماً مبتنی بر داده‌های آزمون مودال است [۱۵]. بدین معنی که به‌منظور تشخیص عیب از توابع پاسخ فرکانسی اندازه‌گیری شده در نقاط مختلف سازه استفاده می‌شود. در این روش به کمک تقریب خطی مشتق دوم، انحنای تابع پاسخ فرکانسی، مطابق با رابطه (۳) در نظر گرفته می‌شود:

$$\alpha''(\omega)_{i,j} = \frac{\alpha(\omega)_{i+1,j} - 2\alpha(\omega)_{i,j} + \alpha(\omega)_{i-1,j}}{h^2} \quad (3)$$

که در رابطه (۳)،  $\alpha_{i,j}$  تابع پاسخ فرکانسی اندازه‌گیری شده در نقطه  $i$  بر اثر تحریک در نقطه  $j$  است و  $h$  فاصله بین دو نقطه است. بدین ترتیب مقدار اختلاف مطلق تابع پاسخ فرکانسی در نقطه  $i$  در دو حالت سالم و معیوب به صورت رابطه (۴) بیان می‌شود:

$$\Delta\alpha''_{i,j} = \left| \alpha''_d(\omega)_{i,j} - \alpha''(\omega)_{i,j} \right| \quad (4)$$

حال اگر تحریک در چند نقطه مختلف صورت گیرد، میزان اختلاف انحراف به صورت رابطه (۵) است:

$$S_i = \sum_j \Delta\alpha''_{i,j} \quad (5)$$

بنابراین نقاطی که میزان انحراف در آن‌ها بیشتر باشد محل خرابی را نشان خواهند داد. بر اساس آزمون‌های انجام گرفته در محدوده‌های فرکانسی متفاوت این نتیجه حاصل شده است که اگر از فرکانس‌های قبل از اولین رزونانس یا آنتی‌رزونانس (هر کدام زودتر باشد) استفاده شود، نتایج حاصله تا حد چشم‌گیری بهبود پیدا می‌کنند. به بیان دیگر اگر محدوده فرکانسی وسیع باشد به طوری که اثر مودهای بالاتر نیز لحاظ گردد اختلاف انحنای تابع پاسخ فرکانسی کم می‌شود (این پدیده به دلیل کاهش سختی است) و در نتیجه قدرت تشخیص عیب پایین می‌آید [۱۶].

### چیدمان تست تجربی

به‌منظور تشخیص خرابی در استوانه‌های کامپوزیتی، بر مبنای رفتار ارتعاشی آن‌ها، آزمون مودال تجربی به انجام رسیده است. در این آزمایش چیدمان انجام آزمون تجربی توسط شکل ۱ نمایش داده شده است [۹].

$$\alpha(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \frac{1}{k - \omega^2 m + jc} \quad (2)$$

که در رابطه (۲)  $\alpha(\omega)$  تابع نشان‌دهنده پاسخ فرکانسی سیستم است. ذکر این نکته ضروری است که اگرچه تابع پاسخ فرکانسی به‌عنوان نسبت جابجایی سیستم به نیروی خارجی اعمال شده می‌باشد، اما پاسخ فرکانسی سیستم مستقل از نیروی وارد شده می‌باشد [۱۱]. تابع پاسخ فرکانسی را می‌توان نسبت سرعت به نیرو و شتاب به نیرو نیز تعریف نمود. اگر ضرایب نسبت فرکانس به فرکانس طبیعی سیستم توسط  $r = \omega/\omega_r$  و ضریب میرایی به ضریب میرایی بحرانی توسط  $\zeta = h/2\sqrt{km}$  تعریف گردد، آنگاه می‌توان شکل کلی تابع پاسخ فرکانسی برای یک سیستم یک‌درجه آزادی را به صورت شکل ۱ نشان داد. زمانی که فرکانس تحریک سیستم به فرکانس طبیعی سیستم نزدیک‌تر می‌شود، اندازه پاسخ فرکانسی بیشتر می‌شود. همچنین به‌طور مشخص مشاهده می‌گردد که با افزایش ضریب میرایی سیستم، اندازه پاسخ فرکانسی در محدوده فرکانس طبیعی سیستم و شیب تابع پاسخ فرکانسی کمتر می‌شود، زیرا که سیستم با میرایی بیشتر موجب می‌شود انرژی سیستم ارتعاشی سریع‌تر مستهلک شود. هنگامی که سیستم چنددرجه آزادی تحت بررسی باشد، مودهای ارتعاشی بیشتر خواهند بود. روش‌های استخراج پارامترهای مودال تنوع‌های زیادی دارند. روش‌هایی همچون مانند روش حداقل مربعات خطا<sup>۱</sup> و روش حوزه زمان ابراهیم<sup>۲</sup> از جمله روش‌های حوزه زمان برای آنالیز مودال سیستم‌های چنددرجه آزادی هستند [۱۱]. برخی روش‌ها نیز از توابع پاسخ فرکانسی به‌عنوان اطلاعات ورودی برای آنالیز مودال استفاده نموده و با استفاده از برازش منحنی پارامترهای فرکانسی طبیعی، شکل مود و نسبت میرایی را استخراج می‌نمایند. معمول‌ترین روش‌های تخمین پارامترهای مودال چنددرجه آزادی عبارتند از [۴]:

حداقل مربعات مختلط نمایی<sup>۳</sup>؛ این یک تکنیک در حوزه زمان است و به‌طور کلی پارامترهای مودال را به‌طور همزمان تخمین می‌زند.

حداقل مربعات دامنه فرکانسی<sup>۴</sup>؛ این یک تکنیک در حوزه فرکانس است که یک تخمین کلی از قطب‌ها و پس‌ماندها برای مودهای مختلط ارائه می‌دهد.

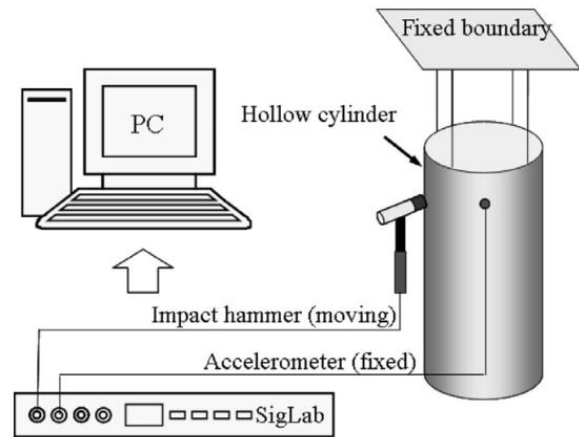
روش تقریب مورد استفاده در این پژوهش روش عمومی<sup>۵</sup> است که از توابع پاسخ فرکانسی تمام نقاط استفاده می‌کند.

جدول ۱- مشخصات هندسی استوانه

نسبت شعاع به ضخامت	نسبت طول به شعاع	ضخامت استوانه	قطر استوانه	طول استوانه
$r/T$	$L/r$	$T(mm)$	$D(mm)$	$L(mm)$
۷۰	۸/۲	۲/۵	۳۵۰	۵۰۰



شکل ۲ - استوانه مورد نظر با دسته‌بندی نقاط



شکل ۱ - شماتیک دستگاه تست [۹]

اطلاعات مربوط به آزمایش را می‌توان به صورت خلاصه

زیر شرح داد:

برای انجام تست تجربی، استوانه کامپوزیتی مورد بررسی قرار گرفته‌است. این استوانه در شرایط تکیه‌گاهی آزاد قرار داده شده‌است. این استوانه از چهار لایه با ترتیب لایه‌چینی [90/55/-55/90] تشکیل شده است. مشخصات هندسی و شرایط تکیه‌گاهی این استوانه به ترتیب توسط جدول ۱ و شکل ۲ نشان داده شده‌است.

تحریک سازه توسط چکش مودال<sup>۶</sup> در ۶۴ نقطه بر روی محیط استوانه انجام شده‌است تا بتوان شکل‌مدهای استوانه را توسط آنالیز مودال بر روی تعداد نقاط کافی استخراج نمود. ضربه اعمال‌شده توسط نیروسنج<sup>۷</sup> نصب‌شده بر روی سر چکش از طریق کانال دوم به مغز محاسباتی انتقال داده می‌شود تا از آن برای محاسبه تابع پاسخ فرکانسی استفاده شود. پس از تحریک سازه، حسگر شتاب‌سنج نصب‌شده بر روی سازه، میزان شتاب ایجادشده در نقطه نصب‌شده را ثبت می‌نماید.

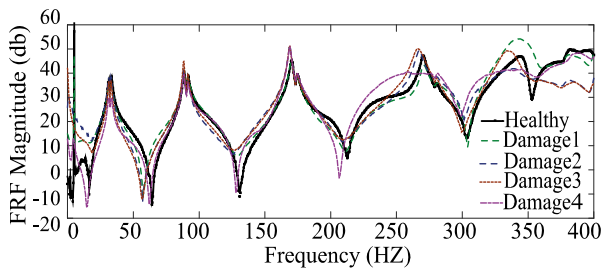
پس از اعمال تحریک توسط چکش و ثبت پاسخ زمانی توسط حسگر، این داده‌ها توسط کابل انتقال داده به مغز محاسباتی انتقال داده خواهند شد. این مغز محاسباتی علاوه بر دریافت و ثبت داده‌ها، تابع پاسخ فرکانسی را برای هر تحریک و پاسخ متناظر آن ارائه می‌دهد.

گام نهایی هر آزمایش مودال، انتقال داده‌ها از مغز محاسباتی به رایانه و ثبت این داده‌ها است. به صورت کلی می‌توان انواع داده‌های مورد نیاز، اعم از داده‌های حوزه زمان، تابع پاسخ فرکانسی و غیره را ثبت نمود. اما در این آزمایش با استفاده از توابع پاسخ فرکانسی آنالیز مودال تجربی انجام

خواهد شد.

به‌منظور ایجاد جدایش بین‌لایه‌ای، استوانه تحت ضربات سرعت پایین با انرژی‌های متفاوت قرار گرفت. محل عیب انتهایی آزاد استوانه در نظر گرفته شد. به‌منظور گسترش سطح خرابی در چهار مرحله استوانه تحت ضربه قرار گرفت به طوری که در هر مرحله انرژی ضربه افزایش یافته و در نتیجه سطح خرابی که غالباً به صورت جدایش بین‌لایه‌ای است گسترده‌تر شد. در شکل ۲ نمای نزدیک خرابی ایجادشده را می‌توان مشاهده نمود. همچنین چیدمان نقاط روی بدنه استوانه نیز در این شکل مشخص است.

مشخصات آسیب‌های ایجادشده در هر مرحله را می‌توان مطابق جدول ۲ مشخص نمود. این آسیب‌ها به دلیل شفافیت و نازک بودن استوانه با چشم غیرمسلح قابل رویت است. اندازه جدایش در هر مرحله طوری معادل شده است که مساحت بخشی که جدایش ایجاد شده است با تقریب بالایی قابل قبول باشد.



شکل ۳ - نقاط FRF برای سیلندر

جدول ۳ - فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از آنالیز مودال

برای ۸ مود اول بر حسب هر تریز (Hz)

شماره مود	سالم	خرابی ۱	خرابی ۲	خرابی ۳	خرابی ۴
مود ۱	۳۱/۵	۳۱/۴	۳۱/۴	۳۱/۳	۳۱/۳
مود ۲	۳۳/۲	۳۳/۱	۳۲/۹	۳۲/۹	۳۳
مود ۳	۸۸/۷	۸۸/۷	۸۸/۳	۸۸/۳	۸۸/۳
مود ۴	۹۱/۴	۹۱/۴	۹۱/۲	۹۱/۲	۹۱/۴
مود ۵	۱۷۰/۴	۱۷۰/۰	۱۶۸/۸	۱۶۸/۸	۱۶۸/۸
مود ۶	۱۷۴/۲	۱۷۴/۲	۱۷۳/۶	۱۷۳/۶	۱۷۴
مود ۷	۲۶۹/۸	۲۷۰/۲	۲۶۷/۳	۲۶۶/۸	۲۶۷/۰
مود ۸	۲۷۹/۷	۲۷۹/۶	۲۷۹/۶	۲۷۹/۵	۲۸۰/۸

انجام آنالیز مودال به دو روش مختلف اطمینان حاصل شده است.

نسبت میرایی حاصل از آنالیز مودال نیز در جدول ۴ آورده شده است. می‌توان گفت با افزایش خرابی نسبت میرایی سیستم روبه افزایش است ولی همواره به صورت چنین روندی از نتایج تجربی حاصل نمی‌شود. همان‌طور که در مراجع آمده است، خرابی مکانیزم پیچیده‌ای دارد که توصیف آن به سادگی امکان‌پذیر نیست ولی می‌توان گفت میزان اتلاف انرژی در حضور خرابی بالا می‌رود و همین باعث افزایش استهلاک سیستم می‌شود. حضور جدایش بین‌لایه‌ای، شکست الیاف، شکست ماتریس و یا شکست اتصال بین الیاف و ماتریس همگی تاثیر زیادی بر نسبت میرایی سیستم دارد که این تاثیر حتی در مواردی می‌تواند به صورت کاهش استهلاک باشد.

برای یک ورق کامپوزیتی اگر مساحت جدایش بین‌لایه‌ای از ۲۰٪ مساحت سازه بیشتر شود، افت فرکانس‌ها محسوس خواهد بود و برای تورق‌های کوچکتر از ۲۰٪ کاهش فرکانس در مقایسه با حالت سالم قابل صرف‌نظر است [۱]. همان‌طور که در جدول ۲ بیان شد، حداکثر اندازه جدایش بین‌لایه‌ای در این

جدول ۲ - اطلاعات خرابی‌های ایجاد شده

حالت سازه	مساحت استوانه (mm <sup>2</sup> )	جدایش- لایه‌ای	شکست الیاف	اندازه جدایش (mm×mm)	درصد مساحت جدایش
سالم	۵۶۰۰۰۰	خیر	خیر	۰	۰
خرابی ۱	۵۶۰۰۰۰	بله	خیر	۳*۳	۰/۱۶
خرابی ۲	۵۶۰۰۰۰	بله	بله	۳*۶	۰/۳۲
خرابی ۳	۵۶۰۰۰۰	بله	بله	۸*۸	۱/۱۴
خرابی ۴	۵۶۰۰۰۰	بله	بله	۱۲*۱۲	۲/۶

## نتایج

با توجه به روش توضیح داده شده برای انجام آنالیز مودال تجربی، برای ۶۴ نقطه شبکه‌بندی شده بر روی استوانه در حالت سالم و ۴ حالت خرابی تابع پاسخ فرکانسی استخراج گردید. به عنوان نمونه، شکل ۳ تابع پاسخ فرکانسی را برای نقطه تحریک ۱ برای حالت سالم و حالت خرابی‌های ۱ تا ۴ نشان می‌دهد. به‌طور کلی می‌توان این گونه قضاوت کرد که گسترش خرابی باعث تغییر اندازه و موقعیت‌های فرکانسی حداقل‌های نسبی توابع پاسخ فرکانسی شده است به‌طوری‌که با مقایسه چشمی نیز می‌توان به این تغییر پی برد.

آنالیز مودال توسط نرم‌افزار ICATS برای محدوده فرکانسی ۰ تا ۴۰۰ هرتز صورت گرفته است ولی به دلیل پراکندگی پیک‌های نمودارهای تابع پاسخ فرکانسی برای حالت‌های خراب در محدوده بین ۳۰۰ تا ۴۰۰ هرتز، دقت و اعتبار نتایج آنالیز مودال در این محدوده پایین است و از ارائه نتایج این قسمت صرف‌نظر شده است. در جدول ۳ مقادیر فرکانس‌های طبیعی برای استوانه در حالت‌های متفاوت آورده شده است. همان‌طور که جدول ۳ نشان می‌دهد، تغییرات فرکانس طبیعی در هر مود کمتر از ۱٪ است و نمی‌توان آن را با خرابی مرتبط دانست چون این تغییرات در محدوده خطای ناشی از آنالیز مودال تجربی قرار دارد [۱۷]. به‌طور کلی منابع عدم دقت در آزمون تجربی سه گروه کلی دارد. خطای دریافت اطلاعات تجربی، خطای پردازش سیگنال و خطای آنالیز مودال [۱۰]. به‌منظور جلوگیری از این خطاها، هر یک از تست‌ها سه مرتبه تکرار شده است و هم‌خوانی توابع پاسخ فرکانسی در یک نقطه مشخص نشان دهنده پایین بودن خطای گروه اول و دوم ذکر شده است. از نبود دسته سوم خطا نیز با

جدول ۴ - نسبت استهلاک به دست آمده از آنالیز مودال  
برای ۸ مود اول بر حسب درصد

شماره مود	سالم	خرابی ۱	خرابی ۲	خرابی ۳	خرابی ۴
مود ۱	۳/۵۳	۵/۹۶	۳/۰۸	۲/۳۴	۴/۰۱
مود ۲	۳/۴۶	۵/۷۰	۳/۰۹	۲/۴۹	۳/۸۹
مود ۳	۱/۶۳	۲/۴۷	۱/۶۰	۱/۰۴	۱/۶۱
مود ۴	۱/۷۲	۲/۵۰	۱/۷۶	۱/۳۷	۱/۸۵
مود ۵	۱/۳۶	۱/۶۳	۱/۰۹	۱/۰۸	۱/۲۷
مود ۶	۱/۰۵	۱/۳۵	۰/۸۷	۰/۷۸	۰/۹۸
مود ۷	۱/۵۶	۱/۸۹	۱/۹۵	۱/۷۴	۰/۸۶
مود ۸	۰/۸۱	۱/۱۴	۰/۷۴	۰/۵۵	۰/۸۳

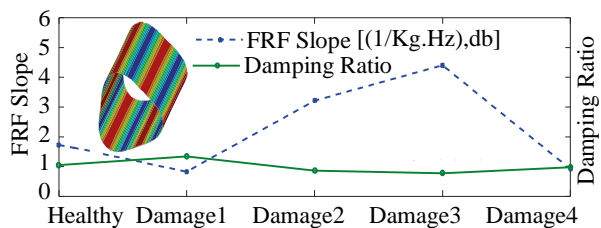
شکل‌های ۴ تا ۱۱ مقایسه رفتار شیب تابع پاسخ فرکانسی را با نسبت‌های استهلاک بدست آمده از آنالیز مودال نشان می‌دهد. این مقایسه برای مود اول در شکل ۳ به ترتیب برای ۷ مود اول در شکل‌های بعد رسم شده است. محور افقی حالت سازه را نشان می‌دهد بدین صورت که نقطه ۱ نشانگر سازه سالم است، نقطه ۲ حالت خرابی ۱ را تعیین کرده است، نقطه ۳ حالت خرابی ۲، نقطه ۴ حالت خرابی ۳ و نقطه ۵، استوانه دارای خرابی ۴ را نشان می‌دهد. نحوه تغییرات استهلاک معکوس تغییرات شیب تابع پاسخ فرکانسی است، به نحوی که اگر نسبت میرایی افزایش یابد پاسخ سیستم ملایم‌تر بوده و تابع پاسخ فرکانسی با شدت کمتری در محدوده فرکانس طبیعی درای قله است و این یعنی شیب تابع پاسخ فرکانسی کمتر می‌شود.

این شکل‌ها به خوبی نشان می‌دهند که شیب تابع پاسخ فرکانسی با بروز خرابی و گسترش آن دست‌خوش تغییر شده است که این تغییرات شیب تابع پاسخ فرکانسی به صورت کامل با تغییرات نسبت میرایی با گسترش مطابقت دارد. تنها درحالتی که عدم همخوانی داده‌های نسبت استهلاک با شیب تابع پاسخ فرکانسی وجود دارد مربوط به مود هفتم حالت خراب ۴ است. همان‌طور که مشاهده می‌شود شیب تابع پاسخ فرکانسی افت کرده است و انتظار می‌رود نسبت استهلاک در این مود نسبت به حالت خراب ۳ افزایش داشته باشد. بنابر حساسیت مذکور شیب تابع پاسخ فرکانسی و دست‌خوش تغییرات شدن با بروز و گسترش خرابی، شیب تابع پاسخ فرکانسی را می‌توان به عنوان شاخصی برای تشخیص خرابی در استوانه‌های کامپوزیتی به کار برد. استفاده از شیب تابع پاسخ فرکانسی به جای نسبت میرایی ترجیح دارد، زیرا انجام آنالیز

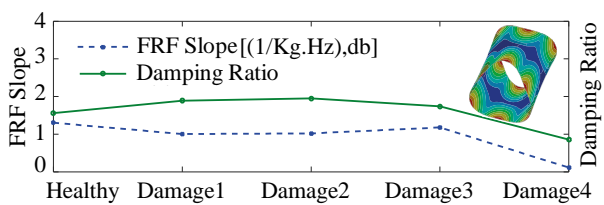
پژوهش کمتر از ۳٪ مساحت کل استوانه است و انتظاری نمی‌رود که افت فرکانس‌ها محسوس باشد مگر در مودهای بالا. کاهش مقادیر این فرکانس‌ها را می‌توان از جدول ۳ به صورت نسبی مقایسه نمود. لازم به ذکر است که کاهش نسبی فرکانس بعضی مودها را نمی‌توان به راحتی به حضور خرابی نسبت داد چون ممکن است این اختلاف‌ها ناشی از وجود خرابی نبوده و ناشی از خطای عددی آنالیز مودال تجربی باشد و لذا این تغییرات فرکانس طبیعی را نمی‌توان فاکتوری برای شناسایی خرابی‌های با ابعاد مذکور قرار داد. به‌طور کلی افزایش نسبت میرایی به دلیل خرابی انتظار منطقی است ولی همواره برآورده نمی‌شود.

همان‌طور که جدول ۴ نشان می‌دهد در مودهای مختلف تغییرات نسبت میرایی با افزایش خرابی متفاوت است و دلیل این امر وجود شکست الیاف پس از ضربه است. هادی نشان داد که برخلاف تصور، شکست الیاف در بعضی مودها در صفحات کامپوزیتی می‌تواند منجر به کاهش نسبت میرایی شود. نتایج آزمون مودال این پژوهش هرچند که برای استوانه است ولی کماکان نشان می‌دهد که به راحتی مکانیزم پیچیده نسبت میرایی در مواد کامپوزیتی که از طبیعت ویسکوالاستیک ماتریس گرفته تا اثر متقابل الیاف و ماتریس در حضور خرابی و مکانیزم سایش و اصطکاک در محدوده خرابی در آن نقش دارد، قابل توصیف نیست [۱۸]. در اولین مرحله خرابی که شکست الیاف وجود ندارد نسبت میرایی مودهای پایین، بالا رفته است. با افزایش خرابی علیرغم انتظاری که برای افزایش نسبت میرایی می‌رفت، جهش‌های نسبت میرایی کمتر شده و حتی مشاهده می‌شود که سازه با کاهش نسبت میرایی مواجه شده است. این رفتار صرفاً از نظر نوسانی بودن برای مودهای مختلف و تغییرات زیاد برای مودهای پایه با تحقیقات همخوانی دارد [۱۷].

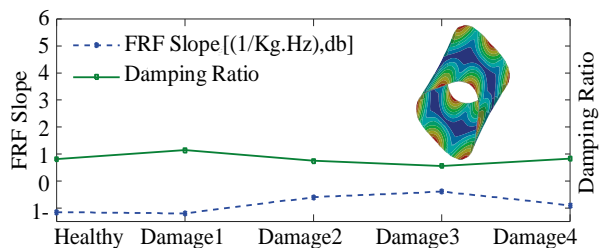
در ادامه، به بررسی روند تغییرات شیب تابع پاسخ فرکانسی، برای وضعیت‌های مختلف خرابی و مقایسه آن با نسبت میرایی پرداخته خواهد شد. منظور از شیب تابع پاسخ فرکانسی مشتق آن نسبت به فرکانس است. از جمله مزیت‌های استفاده از شیب تابع پاسخ فرکانسی، توانایی نسبی جهت تشخیص شدت خرابی علاوه بر محل خرابی است. نتایج این روش به شدت به محدوده فرکانسی انتخاب شده وابسته است.



شکل ۹- مقایسه رفتار شیب تابع پاسخ فرکانسی و نسبت میرایی در اثر خرابی برای مود هشتم



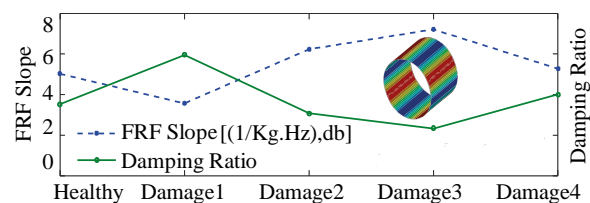
شکل ۱۰- مقایسه رفتار شیب تابع پاسخ فرکانسی و نسبت میرایی در اثر خرابی برای مود هفتم



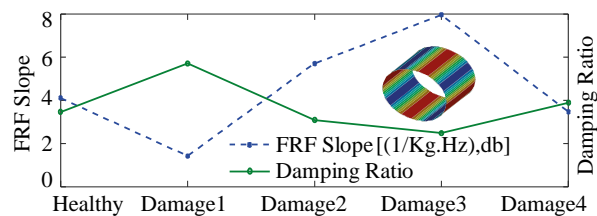
شکل ۱۱- مقایسه رفتار شیب تابع پاسخ فرکانسی و نسبت میرایی در اثر خرابی برای مود هشتم

همان‌طور که گفته شد اختلاف انحنای توابع پاسخ فرکانسی در بازه‌های فرکانسی بالا معمولاً نتایج خوبی ارائه نمی‌دهد و باید بازه فرکانس قبل از فرکانس رزونانس اول انتخاب شود. البته در این پژوهش مشخص شد برای هر بازه‌ای در محدوده نام‌برده لزوماً جواب‌ها موقعیت خرابی را مشخص نمی‌کند و یا در صورت تشخیص، اطمینان لازم وجود ندارد. نحوه انتخاب بازه بر جواب‌های نهایی موثر است. همچنین اندازه و شدت خرابی می‌تواند جواب‌ها را به اندازه قابل ملاحظه‌ای تحت تاثیر قرار دهد. البته اثر موقعیت خرابی بر رفتار انحنای *FRF* بررسی نشده است ولی احتمالاً اثر قابل ملاحظه‌ای خواهد داشت. اعمال این روش در بازه فرکانسی ۰ تا ۵ هرتز، برای بازه فرکانسی ۰ تا ۱۰ هرتز، برای بازه فرکانسی ۵ تا ۱۰ هرتز و برای بازه فرکانسی ۱۰ تا ۲۰ هرتز رسم شده‌اند. پیشنهاد مبتکر این روش، انتخاب بازه فرکانسی در محدوده کمتر از فرکانس رزونانس اول یا آنتی‌رزونانس اول است و نتایج این پژوهش این

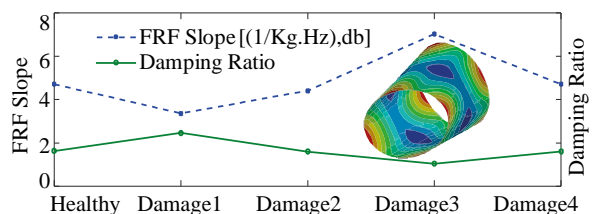
مودال تجربی برای استخراج نسبت میرایی امری پیچیده‌تر است که دارای خطاهای عددی بیشتری نیز می‌باشد.



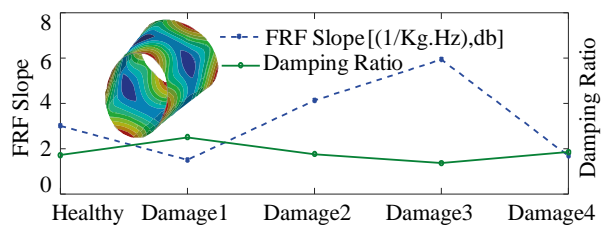
شکل ۴- مقایسه رفتار شیب تابع پاسخ فرکانسی و نسبت میرایی در اثر خرابی برای مود اول



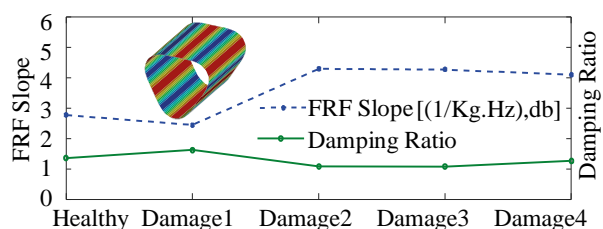
شکل ۵- مقایسه رفتار شیب تابع پاسخ فرکانسی و نسبت میرایی در اثر خرابی برای مود دوم



شکل ۶- مقایسه رفتار شیب تابع پاسخ فرکانسی و نسبت میرایی در اثر خرابی برای مود سوم



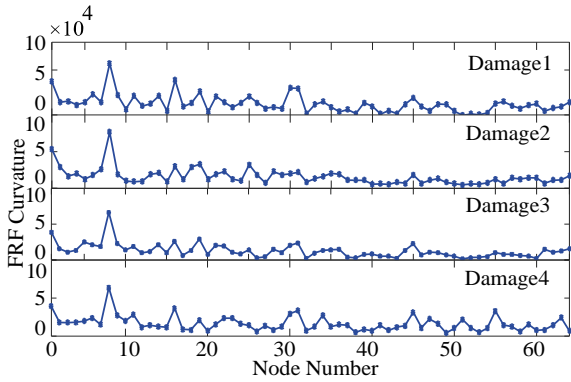
شکل ۷- مقایسه رفتار شیب تابع پاسخ فرکانسی و نسبت میرایی در اثر خرابی برای مود چهارم



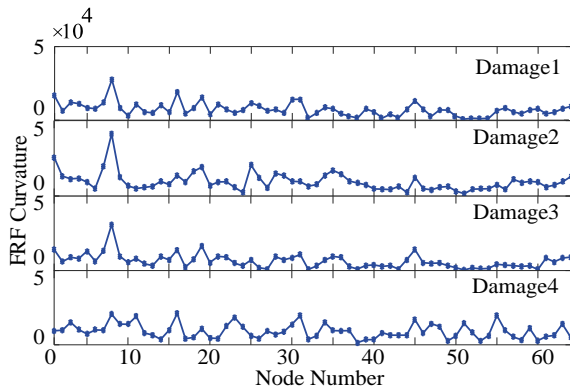
شکل ۸- مقایسه رفتار شیب تابع پاسخ فرکانسی و نسبت میرایی در اثر خرابی برای مود پنجم



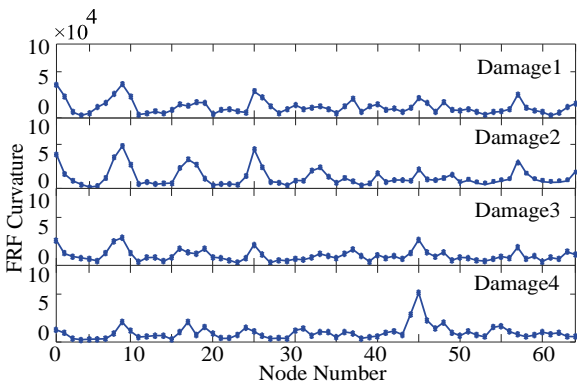
انتخاب بازه‌های غیر از بازه‌های فوق مخصوصاً بعد از فرکانس اول، معمولاً به جواب‌هایی منجر می‌شود که وجود عیب را نمی‌توانند نشان دهند. بنابراین ملاحظات نظیر نوع خرابی، شدت خرابی و مکان خرابی بر انتخاب دقیق بازه فرکانسی موثر هستند.



شکل ۱۳ - اختلاف انحنای تابع پاسخ فرکانسی حالت خراب با سالم در بازه فرکانسی صفر تا ۱۰ هرتز



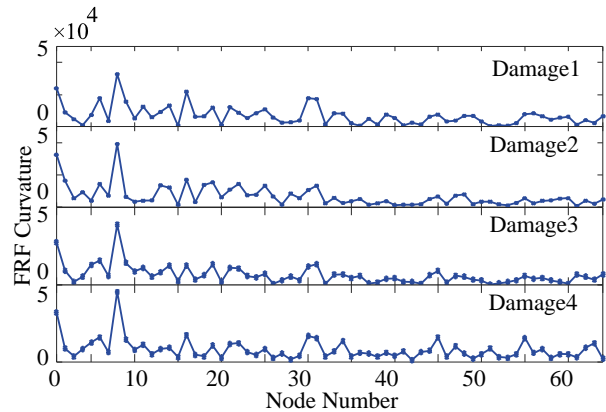
شکل ۱۴ - اختلاف انحنای تابع پاسخ فرکانسی حالت خراب با سالم در بازه فرکانسی ۵ تا ۱۰ هرتز



شکل ۱۵ - اختلاف انحنای تابع پاسخ فرکانسی حالت خراب با سالم در بازه فرکانسی ۱۰ تا ۲۰ هرتز

ادعا را تصدیق می‌کند [۱۶]. انتخاب بازه‌های بالاتر از فرکانس ۳۰ هرتز منجر به جواب‌های نادرست خواهد شد.

شکل ۱۲ نتایج اعمال این روش را برای بازه فرکانسی صفر تا ۵ هرتز نشان می‌دهد که اختلاف انحنای تابع پاسخ فرکانسی بین حالت سالم و خراب در نقاط ۱ و ۸ از سایر نقاط بیشتر است. لازم به ذکر است که خرابی بین نقاط ۱ و ۸ و ۹ و ۱۶ قرار گرفته است ولی نقاط ۱ و ۸ به دلیل قرار گرفتن در لبه آزاد استوانه دامنه نوسانات شدیدتری را تجربه می‌کنند.



شکل ۱۲ - اختلاف انحنای تابع پاسخ فرکانسی حالت خراب با سالم در بازه فرکانسی ۰ تا ۵ هرتز

شکل ۱۳ برای بازه فرکانسی صفر تا ۱۰ هرتز رسم شده است. همانند حالت صفر تا ۵ هرتز، در نقاط ۱ و ۸ حضور خرابی توسط نمودارها نشان داده می‌شود. مشخص است اختلاف انحنای تابع پاسخ فرکانسی برای حالت خرابی ۴ در نقاط دیگری هم زیاد شده که همین موضوع نشان می‌دهد افزایش بازه فرکانسی برای خرابی مذکور با هندسه و شدت مشخص اعتبار روش را کاهش می‌دهد. لازم به ذکر است که خرابی بین نقاط ۱ و ۸ و ۹ و ۱۶ است.

شکل ۱۴ نتایج این روش را برای بازه ۵ تا ۱۰ هرتز نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد اختلاف انحنای تابع پاسخ فرکانسی نمونه سالم با حالت خراب ۴ نتایج درستی نمی‌دهد. به عبارت دیگر این پژوهش نشان می‌دهد به غیر از حساسیتی که انتخاب بازه برای عیب‌یابی دارد، اندازه خرابی نیز بر نتایج تاثیرگذار است.

شکل ۱۵ نتایج را برای بازه ۱۰ تا ۲۰ هرتز نشان می‌دهد. عیب‌یابی برای حالت خراب ۴ در این بازه فرکانسی کاملاً جواب‌های نادرستی دارد.

## نتیجه‌گیری

## مراجع

در این پژوهش اثر خرابی‌های کوچک بر رفتار مودال استوانه کامپوزیتی بررسی شد. ابتدا پارامترهای حاصل از آنالیز مودال استوانه استخراج شده و با داده‌های حاصل از استوانه دارای خرابی مقایسه شد. سپس ارتباط نسبت استهلاک مودال با تابع پاسخ فرکانسی مورد مطالعه قرار گرفت و در نهایت با اعمال روش انحنا‌ی تابع پاسخ فرکانسی، کارایی این روش در مکان‌یابی جدایش بین‌لایه‌های کوچک برای استوانه کامپوزیتی بررسی شد.

در منابع متفاوت ذکر شده است که جدایش بین‌لایه‌ای بزرگتر از ۲۰٪ مساحت سازه باعث افت محسوس فرکانس‌ها می‌شود و نتایج آنالیز مودال نمونه‌های سالم و خراب این ادعا را تایید می‌کند، هرچند در این پژوهش مساحت جدایش در بیشترین حالت کمتر از ۳٪ مساحت سازه می‌باشد. بنابراین به‌عنوان بدیهی‌ترین دستاورد این پژوهش می‌توان گفت تغییر فرکانس‌های طبیعی برای تشخیص خرابی‌های کوچک از نوع جدایش بین‌لایه‌ای معیار مناسبی نیست. در حالت کلی استفاده از داده‌های شکل مود برای تشخیص خرابی‌های کوچک قابل اعتماد نیست و معمولاً تحریک مودهای بالا با انرژی کافی می‌تواند خرابی‌های محلی و کوچک را شناسایی کند. هرچند معیار اطمینان مودال معیار خوبی برای قضاوت در مورد توانایی شکل مود برای تشخیص خرابی نیست، ولی این معیار نشان می‌دهد تا حدود زیادی شکل‌مدها وابستگی خود را با گسترش خرابی از دست نمی‌دهند. نسبت‌های استهلاک به‌شدت به خرابی‌های کوچک حساس بوده و به‌نظر می‌رسد ارتباط‌های بسیاری به‌منظور مرتبط کردن اندازه و شدت خرابی به نسبت‌های استهلاک می‌تواند برقرار باشد که به‌عنوان پیشنهاد ارائه می‌گردد. در نهایت مکان‌یابی خرابی توسط معیار بر پایه تابع پاسخ فرکانسی صورت گرفت که از خطاهای آنالیز مودال هم اجتناب شد.

## پی‌نوشت‌ها

- ۱ Least- Squares Time Domain Method
- ۲ Ibrahim Time Domain (ITD) Method
- ۳ Least Squares Complex Exponential (LSCE)
- ۴ Least Square Frequency Domain (LFSF)
- ۵ Global Method
- ۶ Modal Hammer
- ۷ Force Transducer

- [1] I. Ullah, *Vibration-based Structural Condition Monitoring of Composite Structures*, PhD Thesis, Engineering and Physical Sciences, The University of Manchester, 2011.
- [2] G. H. L. M. Hedayatian, G.H.H. Rahimi, M.H. Pol, M. Khoshsorour, *Experimental study on dynamic response of grid cylindrical composite structures under high velocity impact*, Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 2, pp. 41-46, 2014 (In Persian)
- [3] S. W. Doebling, C. R. Farrar, M. B. Prime, *A summary review of vibration-based damage identification methods*, Shock and vibration digest, Vol. 30, No. 2, pp. 91-105, 1998.
- [4] A. Shahdin, *Monitoring of impact damage in composite laminate, honeycomb sandwich and entangled sandwich beams by modal parameter shifts*, PhD Thesis, Mechanical Engineering de Toulouse, 2009.
- [5] M. Srinivasan, C. Kot, *Effect of damage on the modal parameters of a cylindrical shell*, Argonne National Lab., IL (United States), pp. 1992.
- [6] K.-H. Ip, P.-C. Tse, *Locating damage in circular cylindrical composite shells based on frequency sensitivities and mode shapes*, European Journal of Mechanics-A/Solids, Vol. 21, No. 4, pp. 615-628, 2002.
- [7] U. Lee, J. Shin, *A frequency response function-based structural damage identification method*, Computers & Structures, Vol. 80, No. 2, pp. 117-132, 2002.
- [8] U. Lee, S. Kim, *Identification of multiple directional damages in a thin cylindrical shell*, International journal of solids and structures, Vol. 43, No. 9, pp. 2723-2743, 2006.
- [9] H. Hu, C. Wu, W.-J. Lu, *Damage detection of circular hollow cylinder using modal strain energy and scanning damage index methods*, Computers & structures, Vol. 89, No. 1, pp. 149-160, 2011.
- [10] D. J. Ewins, *Modal testing: theory, practice and application*: Research studies press Baldock, 2000.
- [11] J. He, Z. F. Fu, *Modal analysis*, England: Butterworth-Heinemann, 2001.

- [12] C. W. Da Silva, *Vibration: fundamentals and practice*: CRC press, 2007.
- [13] Z.-F. Fu, J. He, *Modal analysis*: Butterworth-Heinemann, 2001.
- [14] M. Pastor, M. Binda, T. Harčarik, *Modal Assurance Criterion*, *Procedia Engineering*, Vol. 48, pp. 543-548, 2012.
- [15] N. Maia, J. Silva, R. Sampaio, *Localization of damage using curvature of the frequency-response-functions*, in *Proceeding of, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers*, pp. 942-946.
- [16] R. Sampaio, N. Maia, J. Silva, *Damage detection using the frequency-response-function curvature method*, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 226, No. 5, pp. 1029-1042, 1999.
- [17] D. Montalvão, A. Ribeiro, J. Duarte-Silva, *A method for the localization of damage in a CFRP plate using damping*, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 23, No. 6, pp. 1846-1854, 2009.
- [18] R. Chandra, S. Singh, K. Gupta, *Damping studies in fiber-reinforced composites—a review*, *Composite structures*, Vol. 46, No. 1, pp. 41-51, 1999.